

**Metodología para análisis estructural de modelos a escala sometidos a cargas  
sísmicas simuladas por un prototipo de mesa vibratoria uniaxial**

**Andrés Felipe Callejas Leiva**

**Director: Ing. Julián Andrés Puentes Quintero**

**Fundación Universitaria Juan de Castellanos**

**Facultad de ingeniería y ciencias básicas**

**Ingeniería civil**

**Tunja, Boyacá**

**2023**

**Metodología para análisis estructural de modelos a escala sometidos a cargas  
sísmicas simuladas por un prototipo de mesa vibratoria uniaxial**

**Andrés Felipe Callejas Leiva**

**Director: Ing. Julián Andrés Puentes Quintero**

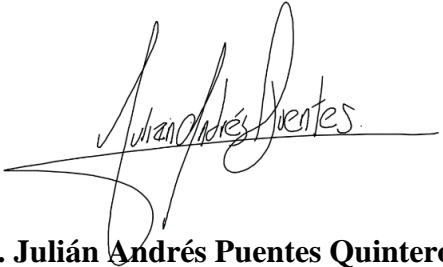
**Trabajo De Grado Presentado Para Optar Por  
El Título De Ingeniero Civil**

**Fundación Universitaria Juan de Castellanos**

**Tunja, Boyacá**

**2023**

## Nota de aceptación



**Docente Tutor: Ing. Julián Andrés Puentes Quintero**

## **Dedicatoria**

Dedico este proyecto a quienes han sido la razón de mi perseverancia y esfuerzo a lo largo de este proceso de más de un año, hablo de mi familia, especialmente mis papas Luis Callejas y Rocio Leiva, artífices de quien soy hoy en día. Por temor a que se me escape algún nombre dedico este proyecto en general a todos mis amigos y compañeros, tanto los que siempre han estado a mi lado como a los que tristemente ya no están. Sin más, dedico este proyecto a todas las personas que creen en el poder del conocimiento y la investigación como medios para construir un mundo mejor.

## **Agradecimientos**

Agradezco a Dios, por encaminar mi vida hasta este punto, agradezco infinitamente a mis papas por ser los artífices indirectos en todo el proceso no solo de este proyecto sino de los últimos 5 años, a toda mi familia, y amigos que de alguna manera se involucraron y fueron partícipes de la consecución de este proyecto, especialmente a algunos de mis compañeros que me prestaron una mano en momentos apremiantes del proceso.

Quiero agradecer al ingeniero Julián Andrés Puentes Quintero por el apoyo y la disponibilidad demostrada durante la ejecución del proyecto como docente tutor del mismo. Agradezco a la fundación universitaria Juan de Castellanos por permitirme hacer uso de sus instalaciones en el edificio de ingeniería durante la parte más importante del proyecto. De igual manera agradezco a la dirección general de investigación e innovación de la universidad, por permitirme ser parte del proceso de jóvenes investigadores, el cual fue un estímulo fundamental para ejecutar este proyecto de la mejor manera posible.

*¡Gracias totales!*

## Tabla de contenido

Resumen .....	12
Abstract.....	13
1. Capítulo I. Introducción .....	14
1.1. Problema de investigación .....	15
1.2. Planteamiento del problema.....	15
1.3. Hipótesis de investigación .....	16
1.4. Pregunta de investigación .....	16
1.5. Objetivos .....	16
1.6. Objetivo general.....	16
1.7. Objetivos específicos. ....	17
1.8. Justificación .....	17
1.9. Importancia de la investigación .....	18
1.10. Limitaciones y alcance.....	19
2. Capítulo II Marco de referencias .....	20
2.1. Marco de antecedentes .....	20
2.2. Marco teórico .....	29
2.2.1. Mesa vibratoria .....	29
2.2.1.1. Mecanismo biela – manivela .....	31
2.2.2. Análisis estructural ante cargas laterales .....	32
2.2.2.1. Teoría de las vibraciones .....	33
2.2.2.1.1. Transformada de Fourier .....	35
2.2.2.2. Sistemas de un grado de libertad .....	38
2.2.2.3. Sistemas de múltiples grados de libertad .....	40
2.2.3. Teoría de modelos a escala .....	42
3. Capítulo III Diseño metodológico .....	45
4. Capítulo IV. Descripción de la investigación y resultados .....	47
4.1. Diseño del prototipo de mesa vibratoria uniaxial .....	47
4.2. Fabricación del prototipo de mesa vibratoria uniaxial.....	48
4.3. Calibración del prototipo .....	51
4.4. Fabricación del modelo a escala para ensayo de prueba.....	55
4.5. Procedimiento de ensayo, extracción y análisis de datos en modelo a escala ..	58



4.5.1.	Procedimiento y resultados de ensayo dinámico .....	60
4.6.	Validación de la metodología (Modelo ETABS).....	75
5.	Capítulo V. Análisis de resultados.....	81
6.	Capítulo VI. Conclusiones .....	83
7.	Capítulo VII. Recomendaciones .....	85
8.	Lista de referencias .....	86
9.	Apéndice .....	90

## Lista de ilustraciones

Ilustración 1 Mesa vibratoria biaxial (Universidad Javeriana) .....	25
Ilustración 2 Ensayo en mesa vibratoria a modelo 1:2 de estructura en tapia .....	26
Ilustración 3 Ensayo estático con celdas de carga laterales a estructura de tapia.....	27
Ilustración 4 Mesa vibratoria a escala, Universidad Católica de Colombia .....	29
Ilustración 5 Componentes elementales de una mesa vibratoria .....	30
Ilustración 6 Mecanismo biela - manivela .....	31
Ilustración 7. Oscilador sencillo .....	33
Ilustración 8 Modos normales oscilador doble .....	34
Ilustración 9. Descomposición de una señal de audio en sus ondas planas .....	36
Ilustración 10. Espectro de frecuencias con transformada de Fourier .....	38
Ilustración 11. Idealización de un sistema de un grado de libertad .....	39
Ilustración 12 Sistema de múltiples grados de libertad .....	40
Ilustración 13 Modos de vibración SMGL .....	41
Ilustración 14. Vista isométrica del diseño de la mesa vibratoria en Inventor .....	47
Ilustración 15. Rodamientos lineales y soportes para varilla 8mm .....	48
Ilustración 16 Circuito regulador de voltaje .....	49
Ilustración 17 Dispositivo controlador de revoluciones, y otras piezas.....	49
Ilustración 18 Mesa vibratoria uniaxial .....	50
Ilustración 19 Mecanismo biela manivela en prototipo .....	50
Ilustración 20 Diseño del disco (manivela) .....	52
Ilustración 21 Interfaz de captura de video en calibración del prototipo.....	52
Ilustración 22 App Acelerometer meter.....	53
Ilustración 23 App DroidCam.....	53
Ilustración 24. Tracker Análisis de video .....	54
Ilustración 25 Interfaz Tracker.....	54
Ilustración 26 Dimensiones del modelo a escala .....	56
Ilustración 27 Vista general del modelo .....	56
Ilustración 28 Espesor aproximado del acrílico.....	57
Ilustración 29 Características de las uniones .....	57

Ilustración 30 Montaje de ensayo dinámico .....	58
Ilustración 31 Interfaz Acelerometer meter .....	60
Ilustración 32 Interfaz DroidCam PC .....	61
Ilustración 33 Interfaz DroidCam Android.....	61
Ilustración 34 Interfaz de grabación de ensayos .....	62
Ilustración 35 Ensayo dinámico $5m/s^2$ .....	63
Ilustración 36 Ensayo dinámico $10m/s^2$ .....	63
Ilustración 37 Ensayo dinámico $15m/s^2$ .....	63
Ilustración 38 Ensayo dinámico $20m/s^2$ .....	64
Ilustración 39 Ensayo dinámico $25m/s^2$ .....	64
Ilustración 40 Definición de puntos de análisis en Tracker .....	65
Ilustración 41 Interfaz Tracker ensayo dinámico $5m/s^2$ .....	66
Ilustración 42 Interfaz Tracker ensayo dinámico $10m/s^2$ .....	66
Ilustración 43 Interfaz Tracker ensayo dinámico $15m/s^2$ .....	66
Ilustración 44 Interfaz Tracker ensayo dinámico $20m/s^2$ .....	67
Ilustración 45 Interfaz Tracker ensayo dinámico $25m/s^2$ .....	67
Ilustración 46 Grafico posición vs tiempo para el modo fundamental de vibración del modelo .	69
Ilustración 47 Formato de archivo de texto para análisis de Fourier .....	73
Ilustración 48 Resultados trasformada de Fourier .....	74
Ilustración 49 Ensayo de flexión al material.....	75
Ilustración 50 Propiedades físicas del material.....	76
Ilustración 51 Material en ETABS .....	76
Ilustración 52 Propiedades secciones tipo slab.....	77
Ilustración 53 Propiedades secciones tipo frame .....	77
Ilustración 54 Modelo en ETABS.....	78
Ilustración 55 Modal Case de carga al modelo.....	78
Ilustración 56 Modelo deformado en primer modo de vibración .....	79
Ilustración 57 Respuesta modal del modelo .....	80
Ilustración 58 Desplazamientos de los diafragmas del modelo ante Modal Case .....	80
Ilustración 59 Comparativa Modelo físico – Modelo Etabs .....	80

Ilustración 60 Comparación de resultados modelo físico y modelo Etabs .....	81
Ilustración 61 Trasformada de Fourier para el ensayo a 5m/s <sup>2</sup> .....	92
<i>Ilustración 62 Trasformada de Fourier para el ensayo a 10m/s<sup>2</sup> .....</i>	<i>92</i>
Ilustración 63 Trasformada de Fourier para el ensayo a 15m/s <sup>2</sup> .....	93
Ilustración 64 Trasformada de Fourier para el ensayo a 20m/s <sup>2</sup> .....	93
<i>Ilustración 65 Trasformada de Fourier para la señal de todo el ensayo dinámico .....</i>	<i>94</i>

## Lista de tablas

Tabla 1 Escalas recomendadas según tipo de elemento.....	44
Tabla 2. Principales piezas del prototipo de mesa vibratoria.....	51
Tabla 3. Desplazamientos de la mesa en calibración.....	55
Tabla 4 Desplazamientos máximos de entrepisos en ensayo dinámico.....	68
Tabla 5 Comparación de resultados modelo físico y modelo Etabs .....	81
Tabla 6 Valores desplazamientos ensayo 25 m/s <sup>2</sup> .....	95

## Resumen

En los contextos tanto académicos como investigativos de la ingeniería estructural y la evaluación del comportamiento de edificaciones ante cargas externas, se ha identificado la necesidad de contar con una metodología precisa, pero a la vez eficiente para llevar a cabo análisis estructurales en modelos a escala.

Este proyecto se centra en la creación de una herramienta fundamental para tal fin: una mesa vibratoria capaz de simular cargas dinámicas y estáticas en modelos reducidos de edificaciones. La importancia de esta mesa radica en su capacidad para someter los modelos a escala a condiciones realistas de carga lateral, lo que permite ejecutar una evaluación analítica de las propiedades dinámicas de dichos modelos. El presente trabajo se enfoca en la concepción, diseño y construcción del prototipo de mesa vibratoria, así como en el posterior desarrollo y aplicación de una metodología para analizar el comportamiento estructural de modelos a escala.

*Palabras clave:* Mesa vibratoria, Análisis modal, Modelos a escala.

## **Abstract**

In both academic and research contexts within structural engineering and the evaluation of building behavior under external loads, the need for a precise yet efficient methodology to conduct structural analyses on scaled models has been identified.

This project focuses on the development of a crucial tool for this purpose: a shaking table capable of simulating dynamic and static loads on reduced-scale building models. The importance of this table lies in its ability to subject scaled models to realistic lateral loading conditions, enabling an analytical assessment of their dynamic properties. This work is centered on the conceptualization, design, and construction of the vibrating table prototype, as well as the subsequent development and application of a methodology for analyzing the structural behavior of scaled models.

*Keywords:* Shaking table, Modal analysis, Scaled models.

## 1. Capítulo I. Introducción

Aunque los métodos de análisis dinámico han avanzado en los últimos años, sigue existiendo una gran necesidad de una evaluación experimental del desempeño estructural, pues bien, en el ámbito académico e investigativo de la ingeniería estructural, la evaluación del comportamiento de edificaciones frente a cargas externas es un desafío fundamental (Williams & Blakeborough, 2001).

Para abordar esta cuestión con la precisión y eficiencia requeridas, se ha identificado la necesidad de desarrollar una metodología novedosa que, mediante el uso de herramientas accesibles como dispositivos celulares, aplicativos y software intuitivo permita efectuar el análisis de modelos a escala respecto a su comportamiento estructural al ser sometidos a cargas externas como aceleraciones armónicas en la base.

Los experimentos realizados en modelos de edificios a escala reducida han tenido siempre una gran relevancia en la enseñanza de la mecánica estructural y los conceptos de ingeniería de estructuras, especialmente antes de la implementación de herramientas informáticas para el análisis estructural. La planificación, ejecución e interpretación de un estudio experimental sobre el comportamiento estructural plantea una amplia variedad de desafíos, principalmente relacionados a las técnicas y metodologías tanto de imposición de las cargas externas, como de la recopilación y análisis de datos (Harris & Sabnis, 1999).

El desarrollo de este proyecto pretende implementar una metodología de análisis estructural de modelos a escala, cuya herramienta principal es un prototipo de mesa vibratoria uniaxial con capacidad para someter los modelos a escala a condiciones de carga lateral que reproducen de manera adecuada situaciones de la vida real como bien puede ser un evento sísmico. A fin de llevar a cabo una evaluación analítica precisa de las propiedades dinámicas de estos modelos cuando se ven sometidos a cargas externas. El alcance de este trabajo abarca desde la concepción y diseño del prototipo de mesa vibratoria hasta su construcción y la posterior implementación de una eficiente metodología de análisis sobre el comportamiento de los modelos a escala.

Este proyecto no solo supone implicaciones en la comprensión de la ingeniería estructural, sino que también se extiende a los aspectos académicos y pedagógicos de la dinámica estructural, al proporcionar una importante herramienta tanto para la investigación como para el fomento del conocimiento del análisis dinámico de estructuras, como principal área de estudio de este proyecto.

### **1.1. Problema de investigación**

### **1.2. Planteamiento del problema**

La ubicación geográfica de Colombia en el norte de los andes americanos, cataloga al país como una zona con alto riesgo de amenaza sísmica bien sea por actividad volcánica o dinámica geológica (Taboada et al., 1998). Y es que históricamente Colombia ha sufrido catástrofes originadas por sismos como el de Popayán en 1983, o el de Armenia en 1999, que han demostrado la necesidad de mejorar la seguridad sísmica de las estructuras en el país.

La complejidad del análisis sísmico ha resultado en la formulación de herramientas determinísticas para analizar el comportamiento estructural de las edificaciones. Estas herramientas se basan en modelos matemáticos que no consideran los efectos aleatorios de los eventos sísmicos, lo cual obligo al desarrollo de procedimientos empíricos que resulten en comportamientos realistas y a su vez complementen los modelos determinísticos (Carrillo & Alcocer, 2012).

Una de estas herramientas experimentales para estudiar el comportamiento estructural de edificios bajo cargas sísmicas son los ensayos en mesa vibratoria. Los ensayos en mesa vibratoria permiten reproducir con precisión las fuerzas y los desplazamientos que se producen en un edificio durante un terremoto. Los resultados de este tipo de ensayos se pueden utilizar para evaluar el comportamiento estructural de un edificio, identificar posibles problemas de diseño, y desarrollar mejoras tanto en el diseño como en el proceso constructivo.

Sin embargo, los ensayos en mesa vibratoria son costosos y requieren instalaciones especializadas para su ejecución. Por esta razón, los ensayos en mesa vibratoria se realizan con poca frecuencia en Colombia (Illidge Cohen, 2019).

Por lo anterior, el desarrollo de este proyecto plantea la implementación de una metodología de análisis estructural en modelos a escala mediante el uso de un prototipo de mesa vibratoria, cuyos procedimientos sean de carácter **eficiente**, es decir, que satisfagan las necesidades y requerimientos de los ensayos, a la vez que son técnica y económicamente accesibles respecto a las metodologías de referencia.

### **1.3.Hipótesis de investigación**

La metodología planteada en este proyecto para el análisis de modelos a escala es adecuada y eficiente para evaluar el comportamiento estructural de edificios bajo cargas sísmicas.

### **1.4.Pregunta de investigación**

¿La metodología de ensayo y análisis de modelos estructurales a escala planteada puede proporcionar resultados de ensayos comparables al comportamiento estructural de edificios reales ante cargas horizontales externas?

### **1.5. Objetivos**

#### **1.6.Objetivo general.**

Plantear una metodología para el análisis del comportamiento estructural de modelos a escala en función de cargas sísmicas simuladas por un prototipo de mesa vibratoria uniaxial.

### **1.7. Objetivos específicos.**

- Fabricar un prototipo simulador de sismos y cargas estáticas laterales (mesa vibratoria) para el ensayo de los modelos a escala.
- Generar la metodología de ensayo, recopilación y análisis de datos del comportamiento estructural de modelos a escala ante cargas dinámicas simuladas en el prototipo de mesa vibratoria.
- Analizar el comportamiento modal de los modelos ensayados a fin de validar el adecuado funcionamiento del prototipo y de la metodología planteada.

### **1.8. Justificación**

Los estudios de ingeniería sísmica son de vital importancia para la seguridad de las estructuras en zonas sísmicas, como Colombia. Los terremotos pueden causar daños catastróficos a las estructuras, y a su vez provocar pérdidas de vidas y daños materiales.

Casos particulares como los sismos de Popayán en 1983, con una magnitud de 5.5, o el terremoto de Armenia en 1999, con una magnitud de 6.2; que causaron la muerte de miles de personas y la destrucción casi total de estas ciudades, dieron origen a los primeros reglamentos de construcción sismorresistente en el país, que permitieron evidenciar la necesidad de mejorar la seguridad sísmica de las estructuras en Colombia.

Sin embargo, dichas normativas nacionales han sido estructuradas a partir de referentes internacionales como el “Recommended Lateral Force Requirements and Commentary” de 1974, que en su tiempo fue la base para la conformación del “Código Colombiano de Construcciones Sismorresistentes del año 1984” (González Pinzón, 2014).

Dicha situación en la que Colombia debía adaptar normativas extranjeras al contexto local se daba principalmente porque dichas normativas extranjeras estaban sujetas a investigaciones condicionadas por el componente técnico y sobre todo económico que supone la fabricación de una máquina que simule movimientos sísmicos que evidencien la

reacción de modelos estructurales ante estas cargas. Aspecto que en la actualidad aun es carente en el contexto nacional.

Puntualmente en Colombia dichas implicaciones técnicas y económicas han llevado a que pocas instituciones tengan la capacidad de evaluar de manera investigativa el comportamiento de las estructuras ante un sismo. Esta limitación ha generado una brecha significativa en el desarrollo de metodologías nacionales que permitan comprender y prevenir eficazmente los daños estructurales en casos de actividad sísmica.

Por tanto, este proyecto se fundamenta en un deseo por generar una metodología de análisis que se caracterice por la eficiencia de los procesos, es decir, que los elementos metodológicos planteados sean accesibles tanto técnica, como económicamente, pero que a la vez arrojen resultados adecuados y precisos, que permitan profundizar la investigación en el área de la dinámica de estructuras.

Lo anterior es factible a partir del uso de los modelos estructurales a escala, los cuales son una herramienta valiosa para la investigación, pues permiten evidenciar el comportamiento de una edificación ante la imposición de cargas sísmicas de manera controlada y reproducible, lo que facilita el estudio del comportamiento estructural en general.

### **1.9.Importancia de la investigación**

Puesto que a nivel regional (Tunja) y por consiguiente en la Fundación universitaria Juan de Castellanos, el estudio experimental del comportamiento dinámico de estructuras es un área que no cuenta con la trascendencia que los antecedentes sísmicos de Colombia le merecen, este proyecto representa un aporte importante desde aspectos académicos como investigativos, conociendo la importancia que esto supone en el diseño y construcción de edificaciones actualmente.

Además, este proyecto se interesa por generar nuevas opciones de campos investigativos en el programa de ingeniería civil pues brindara información y metodologías apropiadas para continuar con la línea investigativa en el área del análisis estructural con énfasis en la dinámica estructural.

### **1.10. Limitaciones y alcance**

La limitación del proyecto está dada principalmente por la amplitud de la teoría de los modelos a escala, pues permite abordarse desde muchos puntos de vista diferentes al análisis de estructuras verticales, pues como se evidenciará en secciones posteriores, también existen maneras para evaluar el comportamiento de modelos a escala de puentes, túneles, presas, incluso posibilidades de evaluar el comportamiento de los suelos frente a eventos sísmicos. Esta variedad de enfoques puede llevar a un análisis amplio, pero al mismo tiempo desafiante debido a su complejidad y posibles interpretaciones ambiguas.

Por ello, el proyecto se centrará únicamente en el desarrollo de la metodología de análisis de los modelos a escala, la cual abarca desde el diseño y la construcción de una mesa vibratoria con capacidad para ensayar modelos de máximo 10 kg, hasta el desarrollo de una metodología intuitiva y eficiente de recolección y análisis de datos sobre el comportamiento estructural uniaxial de un modelo elástico de prueba que valide el funcionamiento de la metodología en general.

## **2. Capítulo II Marco de referencias**

### **2.1. Marco de antecedentes**

El análisis estructural se basa en la aplicación de las leyes de la física y la ingeniería para predecir el comportamiento de una estructura bajo cargas, a fin de diseñar estructuras que sean seguras y eficientes. Y es que, desde la conformación de las primeras civilizaciones, los seres humanos han construido estructuras para protegerse del clima, para almacenar alimentos y para albergarse. Sin embargo, a medida que las estructuras se hicieron más complejas y con mayores requerimientos, la necesidad de un análisis estructural preciso se hizo más evidente (Reynoso, n.d.).

Pues bien, en la concepción de la ingeniería civil moderna, eventos sísmicos catastróficos ocurridos en Estados Unidos, como el sismo de Santa Bárbara en 1925, o el de Long Beach en 1933, según Yeats (2004) fueron los puntos de partida para generar acciones normativas como el código de construcción uniforme (UBC) de 1927, o el código de la Asociación de Ingenieros Estructurales de California de 1974, que mejorarían los estándares de construcción desde el punto de vista sismorresistente, además de ser la base internacional para la posterior conformación de los códigos de construcción sismorresistente en países como Colombia.

Lo cierto es que estas normativas, desde las primeras versiones en la década de 1920 hasta las más actuales, fueron concebidas con un riguroso nivel de análisis físico y matemático. Esto buscaba no solo predecir el comportamiento de una estructura ante un sismo, sino entender la relación que esto tenía con las propiedades de los materiales de construcción, así como con el entorno geológico y geotécnico de la estructura.

Para aquel propósito en primer lugar se buscaba determinar la capacidad máxima de deformación que podían tener los elementos estructurales sin que estas representaran riesgo de daños terminales en la estructura general. Estos ensayos se efectuaban con la aplicación

de cargas estáticas cíclicas diseñadas para simular las oscilaciones que ocurrirían durante un terremoto (Williams & Blakeborough, 2001)..

A lo largo del siglo XX, las metodologías de ensayo se perfeccionaron gradualmente en el campo de la construcción sismorresistente. No obstante, los primeros ensayos que aplicaron cargas dinámicas al contexto de plantas de energía nucleares ubicadas en zonas de alta amenaza sísmica, como Japón, no se registraron hasta la década de 1980.

En ese contexto, algunas de las metodologías utilizadas para evaluar la respuesta dinámica de una estructura incluían la inducción de movimientos similares a un terremoto mediante explosivos colocados en el suelo cercano a la estructura. Esta técnica no solo permitía evaluar el comportamiento de la estructura ante la simulación de un sismo, sino que también permitía el análisis de la interacción suelo - estructura durante el ensayo (Kitada et al., 2000).

Atendiendo a lo anterior, y al hecho de que durante la ocurrencia de un sismo el comportamiento del suelo es un parámetro de análisis importante. (Ding et al., 2021) en su investigación “Shaking table tests on the seismic responses of underground structures in coral sand”, llevo a cabo pruebas en mesa vibratoria para estudiar la respuesta sísmica de estructuras subterráneas en un suelo compuesto principalmente por materiales porosos como la arena de coral, que es un material altamente usado para la conformación de rellenos, terraplenes, etc. La investigación buscaba evaluar el comportamiento dinámico tanto de la estructura, como del suelo bajo diferentes niveles de agua subterránea. Encontrando que el aumento del nivel de agua subterránea aumentaba la presión de poros y la licuefacción de la arena de coral ante un evento sísmico. Sin embargo, esto reducía las tensiones y momentos en la estructura subterránea y contribuía al asentamiento de la superficie del suelo.

Pues bien, el uso de mesas vibratorias se considera como una herramienta efectiva para el estudio del comportamiento de las estructuras y su entorno frente a eventos sísmicos, ya que permiten simular de manera controlada y precisa los movimientos

característicos de un sismo. Esto facilita la evaluación del comportamiento de las estructuras en respuesta a terremotos o fuerzas externas que generen alguna reacción de carácter dinámico en la base de la estructura.

Los primeros ensayos en mesa vibratoria se remontan a 1988, durante la construcción del reactor nuclear "Mark II". Estos ensayos se llevaron a cabo en la mesa vibratoria del "Nuclear Power Engineering Test Center" en Japón. Sin embargo, las dimensiones de la mesa no permitían someter al reactor de tamaño real a ensayos efectivos. Por lo tanto, se construyó un modelo a escala, reduciendo las dimensiones en una proporción de 1/12. Este modelo permitió evaluar el comportamiento elástico-plástico del reactor cuando se sometía a las cargas dinámicas impuestas por la mesa vibratoria (Yano, 1988).

Y es que, la factibilidad de efectuar una valoración analítica de una estructura en base a datos provenientes de ensayos con modelos a escala es posible, ya que los fundamentos teóricos del análisis de modelos a escala se basan en la teoría de la similitud, que establece que las relaciones entre las fuerzas y deformaciones en un modelo a escala respecto a una estructura real son proporcionales entre sí (Harris & Sabnis, 1999).

En el proyecto titulado “ensayo de pórtico a escala en una mesa vibratoria de un grado de libertad” efectuado en la universidad privada Antenor Orrego de Perú, se combinaron elementos teóricos y experimentales para analizar los desplazamientos de pórticos a escala sometidos a pruebas en una mesa vibratoria de un grado de libertad. Enfocándose puntualmente en la importancia de la previa modelización de la estructura y las cargas utilizando conceptos de dinámica estructural, que les permitió generar la base teórica necesaria para lograr el comportamiento deseado de la mesa vibratoria y por consiguiente obtener una herramienta válida para efectuar los ensayos al modelo a escala (Okumura Taboada & Uriol Carranza, 2018).

El uso de modelos a escala para análisis estructurales efectivos es aplicable no solo a estructuras tipo edificación, sino también a otro tipo de estructuras como los puentes. Pues bien, en la universidad de Costa Rica, se creó un modelo a escala (1:20) del puente

en acero de Puerto Salgar, que es una de las infraestructuras viales más importantes de Colombia. La investigación proponía que, a través de un sistema electrónico, se monitorearan en tiempo real las deformaciones unitarias y las fuerzas internas en cinco de los elementos principales del prototipo cuando se somete a cargas dinámicas. Para de esa manera efectuar la comparación de resultados entre los prototipos a escala y los datos de salida que suministra un software de diseño SAP2000 (Muñoz Días et al., 2007).

A medida que los instrumentos de ensayo, como las mesas vibratorias, y las metodologías de análisis se vuelven más sofisticados en términos de tecnología, se abre la posibilidad de ejecutar estudios en modelos que no han sufrido una reducción significativa en sus proporciones de escala. Esto se hace con el objetivo principal de evaluar aspectos y procedimientos constructivos de la edificación, que incluyen la disposición y las propiedades de los materiales.

Por ejemplo, el proyecto investigativo “Shaking table tests of 1:3 reduced scale models of four story unreinforced masonry buildings” presenta un programa experimental que tenía por objetivo cuantificar las curvas de vulnerabilidad de edificios típicos portugueses llamados "gaioleiro", tanto antes como después de su refuerzo, con el fin de realizar una evaluación global del riesgo sísmico. Se llevaron a cabo pruebas de mesa vibratoria en modelos a escala reducida (1:3) de edificios de mampostería sin refuerzo de 4 pisos con paredes de mampostería y pisos de madera. Los resultados muestran que los modelos reproducen los modos de colapso típicos de estos edificios, validando la metodología de modelos a escala como una opción viable para el análisis estructural y para la proposición de metodologías de refuerzo válidas para este tipo de edificaciones (Candeias et al., 2004).

Dichas metodologías de refuerzo también son sometidas a ensayos de mesa vibratoria para analizar la factibilidad de implementación de estas metodologías bien sea para la prevención de daños críticos durante un sismo, o para la reparación de la estructura posterior a la ocurrencia del sismo. Pues bien, en el artículo de investigación “Shake table

test of a masonry building retrofitted with shotcrete”, Se sometió un edificio de mampostería de una planta a escala 1:2 sin refuerzo, a siete niveles crecientes de excitación sísmica bidireccional. Luego, el edificio dañado fue rehabilitado utilizando una capa de malla de acero y shotcrete (concreto proyectado), para luego ser ensayado nuevamente bajo las mismas cargas del edificio inicial. Demostrando que la capa de shotcrete es capaz de evitar una mayor propagación de las grietas previamente desarrolladas, lo que puede proporcionar una solución práctica para la rehabilitación de edificios de mampostería dañados (Ghezelbash et al., 2020).

Otra de las virtudes de los modelos a escala, es que permiten generar procesos investigativos eficientes en favor del desarrollo de técnicas de construcción sismorresistente, pues permiten analizar el efecto de la inclusión de elementos de resistencia sísmica, los cuales a menudo escapan del alcance directo de las formulaciones matemáticas existentes.

Lo anterior se demuestra en la investigación “ensayos sísmicos en mesa vibradora de un edificio miniatura de 5 niveles con aisladores de base” efectuada por estudiantes de la universidad autónoma de México. Esta investigación comparo el comportamiento estructural de un modelo a escala dotado de aisladores sísmicos tipo péndulo de fricción, respecto a otro modelo a escala con la misma configuración de super estructura, pero sin los elementos de resistencia sísmica. Esta comparación arrojó como resultado que la inclusión de los aisladores sísmicos redujo aproximadamente 5 veces la distorsión global de la estructura, resaltando lo importante que puede ser el aporte de estos elementos para que el comportamiento de una estructura ante un sismo sea seguro y adecuado (Juárez Ocampo et al., 2021).

Ahora bien, en lo que al contexto local colombiano respecta, Bogotá destaca como la única ciudad a nivel nacional donde se pueden efectuar ensayos de mesa vibratoria a gran escala. Pues bien, el artículo de revisión “análisis sistemático de literatura acerca de la evaluación del comportamiento dinámico de estructuras mediante la experimentación en

mesas vibratorias de modelos a escala reducida”, resalta la existencia de dos mesas vibratorias de gran tamaño. La primera ubicada en la universidad EAFIT, que posee una plataforma móvil de 36m<sup>2</sup>, que genera movimientos unidireccionales de máximo 50 Hz de frecuencia. Además de tener una capacidad máxima de carga de 70 toneladas. (Illidge Cohen, 2019)

La otra mesa vibratoria destacada por el artículo mencionado se encuentra en las instalaciones de la universidad de los Andes. “Este simulador sísmico unidireccional, cuenta con un área de ensayo de 4.5 x 4.5 metros y un actuador dinámico de 60 toneladas de capacidad con una frecuencia máxima de operación de 30 Hz, el cual permite realizar ensayos dinámicos a gran escala (1:1 a 1:4) de estructuras de hasta 3 pisos de altura.” (Universidad de los Andes, n.d.).

Otra mesa vibratoria de gran escala se encuentra en la Pontificia Universidad Javeriana. Esta mesa, mostrada en la Ilustración 1, tuvo un costo aproximado de un millón de dólares y se distingue de las dos mesas mencionadas anteriormente, pues su plataforma móvil, que tiene dimensiones de 3x3 metros, es capaz de generar desplazamientos en dos direcciones, lo que la convierte en única no solo en Colombia, sino también en toda Latinoamérica (Ruiz Valencia, 2023).

Ilustración 1 Mesa vibratoria biaxial (Universidad Javeriana)



Fuente: Conferencia “Rehabilitación sísmica de edificaciones históricas en tierra” (2023)  
<https://youtu.be/nb7GCnw0BBY?t=28842>

Sobre esta última mesa se efectuó un importante estudio de rehabilitación de viviendas antiguas construidas con materiales como madera y tapia pisada, a fin de que estas estructuras antiguas que aún permanecen en pie, tengan capacidad adicional de resistir cargas sísmicas eventuales. La metodología de refuerzo consistía en posicionar sobre las dos caras de los muros de adobe o tapia pisada, un refuerzo con platinas de acero que confinaran los elementos. Estas estructuras fueron ensayadas de manera dinámica en la mesa vibratoria ya mencionada (Ilustración 2), y de manera estática, con la aplicación de carga lateral a la estructura originada por celdas de carga dispuestas en un muro de reacción como se muestra en la Ilustración 3

Ilustración 2 Ensayo en mesa vibratoria a modelo 1:2 de estructura en tapia



*Fuente: Conferencia “Rehabilitación sísmica de edificaciones históricas en tierra” (2023)  
<https://youtu.be/nb7GCnw0BBY?t=28842>*

### Ilustración 3 Ensayo estático con celdas de carga laterales a estructura de tapia



*Fuente: Conferencia “Rehabilitación sísmica de edificaciones históricas en tierra” (2023)  
<https://youtu.be/nb7GCnw0BBY?t=28842>*

Estos ensayos permitieron efectuar la caracterización cualitativa de las estructuras al ser ensayadas, y derivaron en la deducción de una ecuación que permite calcular el momento resistente de los elementos de tapia pisada reforzados con la metodología planteada. Dicha ecuación está propuesta para ser incluida en la normativa AIS 610 “Evaluación e Intervención de Edificaciones Patrimoniales de uno y dos pisos de Adobe y Tapia Pisada” publicado por el ministerio de vivienda colombiano.

Esto demuestra que la investigación basada en el análisis de modelos a escala puede ser una herramienta valiosa para anticipar cómo se comportarán las estructuras frente a cargas sísmicas. Sin embargo, la problemática más relevante a la que esto se enfrenta es a las implicaciones tanto técnicas como económicas que suponen el tener acceso a una mesa vibratoria, e incluso fabricar los modelos a escala en las proporciones ya mencionadas.

Por lo anterior, en la búsqueda de contrarrestar esta problemática, y que este tipo de investigaciones no estén limitadas puntualmente por la disponibilidad de recursos, surge la idea de fabricar prototipos de mesas vibratorias más sencillos, pero elementalmente funcionales en procesos académicos e investigativos de menor escala. Esto permitiría llevar a cabo estudios fundamentales en el campo de la ingeniería estructural y la sismorresistencia.

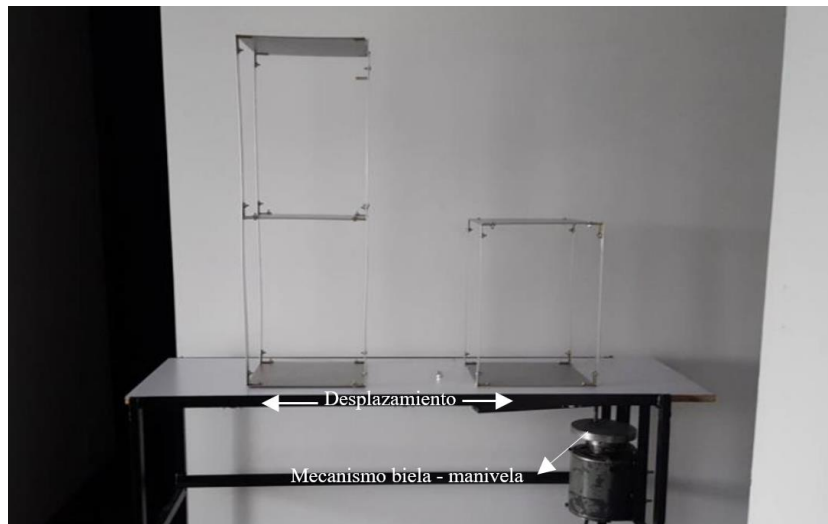
La universidad de los Andes posee una mesa vibratoria con aplicaciones académicas de  $1\text{m}^2$  de superficie, la cual “puede modelar experimentalmente el efecto de los sismos sobre estructuras a escala reducida” (Universidad de los Andes, n.d.).

En las instalaciones de las unidades tecnológicas de Santander (UTS) se construyó una mesa vibratoria triaxial neumática con un tamaño de  $1,5 \times 1,5$  m en la que se pueden ensayar modelos de hasta 100kg de masa con un desplazamiento máximo de 100 mm y cuya operación es motorizada por un conjunto de sensores que registran la amplitud descrita por el movimiento en términos de aceleración (Cárdenas et al., 2018).

La misma universidad Javeriana cuenta con otra mesa vibratoria, en este caso uniaxial, de dimensiones  $1.5 \times 1.5$  metros, en la que se ensayaron modelos a escala 1:50 de estructuras en tapia pisada con una rehabilitación similar a la planteada en la investigación mostrada en la Ilustración 2, e Ilustración 3. Este estudio reveló que la metodología de refuerzo evaluada disminuía hasta en un 52 % los desplazamientos de los muros a la vez que disminuían la fisuración y el agrietamiento de los elementos, lo cual es coherente con los resultados obtenidos de los ensayos en los modelos a escala 1:2 mencionados anteriormente (Gómez et al., 2016).

Incluso mecanismos sencillos como el planteado en el trabajo de grado “Prototipo a escala de un modelo de resonancia en edificaciones para el laboratorio de ingeniería civil de la universidad católica de Colombia”, mostrado en la Ilustración 4, permitían evidenciar el comportamiento dinámico de modelos que simulaban la geometría de una edificación (Cárdenas Hernández & Cepeda Isidro, 2016).

#### Ilustración 4 Mesa vibratoria a escala, Universidad Católica de Colombia



*Adaptado de (Cárdenas Hernández & Cepeda Isidro, 2016)*

Finalmente, es de resaltar que toda la información consignada dentro de esta sección da cuenta de la factibilidad y practicidad que usar modelos a escala para evaluar procesos tanto investigativos como académicos sobre el análisis afín a la dinámica estructural. Esto independientemente de la cantidad y calidad de los recursos disponibles.

## **2.2. Marco teórico**

### **2.2.1. Mesa vibratoria**

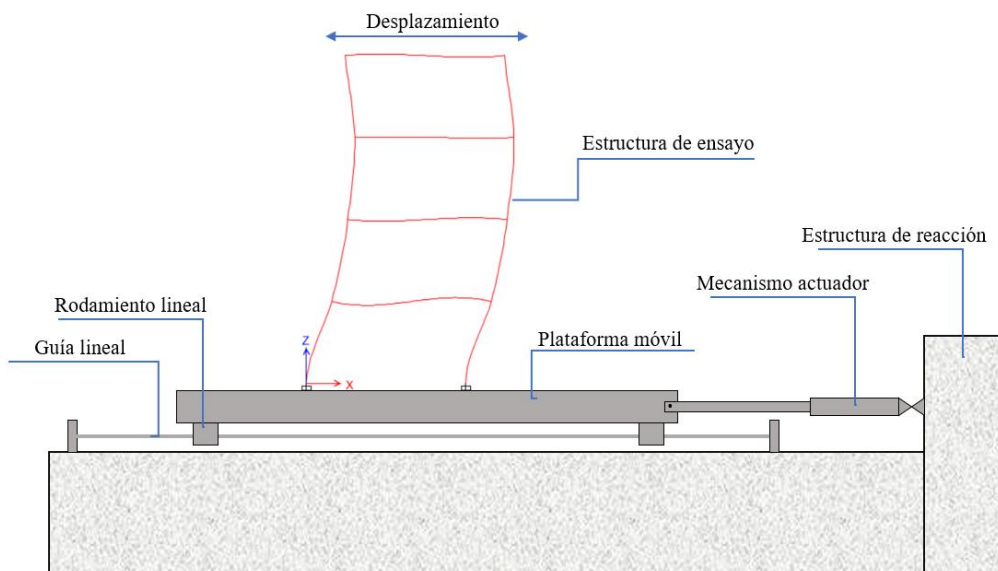
Un sismo es un fenómeno físico que ocurre cuando se libera energía de manera brusca debido a un desplazamiento de la capa superficial de la Tierra, y esta energía se propaga en forma de ondas sísmicas en todas las direcciones, lo que provoca vibraciones en la superficie terrestre (Osorio Chong et al., 2014).

En la actualidad, la manera más precisa y efectiva de simular los movimientos generados por un sismo son las mesas vibratorias, ya que permiten emular con gran precisión las fuerzas y las oscilaciones que se experimentan durante un terremoto.

En esencia, una mesa vibratoria tiene como componente principal la plataforma móvil, que como su nombre lo indica, es la superficie con posibilidad de desplazamiento ya sea en una o varias direcciones. Usualmente, cuando se trata de desplazamientos en el plano horizontal, la plataforma móvil está apoyada en rodamientos lineales guiados por un eje (Illidge Cohen, 2019).

Este conjunto móvil, para que su funcionamiento sea posible debe ser accionado por un sistema o mecanismo actuador que es el encargado de transmitir la energía mecánica a la plataforma móvil. Dicho mecanismo puede variar según los requerimientos o la finalidad para la que aplique la mesa vibratoria. Por ejemplo, los mecanismos accionados por cilindros neumáticos o hidráulicos son usados en mesas vibratorias de gran tamaño, pues son capaces de accionar plataformas con alta capacidad de carga. Por otro lado, mecanismos simples como el husillo y guía o el mecanismo **biela – manivela** son usados para accionar mesas vibratorias de menor tamaño que usualmente tienen aplicaciones académicas o investigativas de menor escala. Lo anterior se demuestra en la Ilustración 5:

Ilustración 5 Componentes elementales de una mesa vibratoria

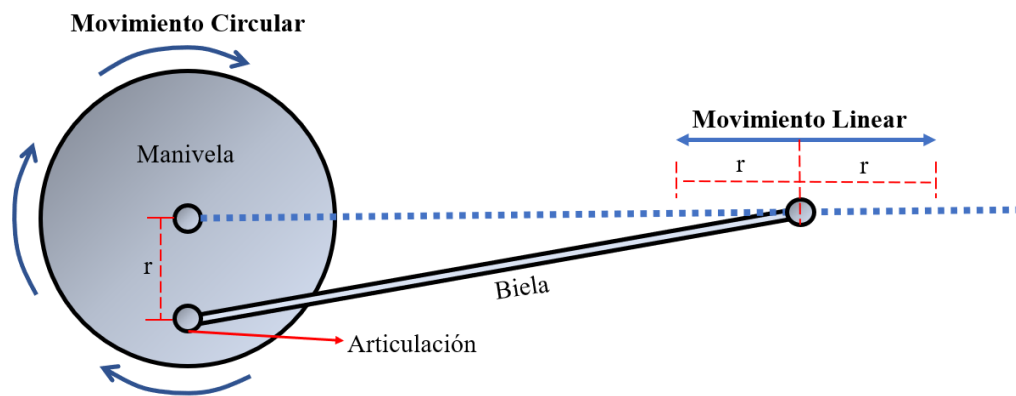


*Fuente: Autor*

### 2.2.1.1. Mecanismo biela – manivela

El mecanismo de biela y manivela, dentro de la ingeniería mecánica es conocido como una de las “máquinas simples” que se utilizan para convertir el movimiento lineal en movimiento rotativo, o viceversa. Consiste en dos componentes principales mostrados en la Ilustración 6: la manivela, que es una barra rígida que gira alrededor de un punto fijo llamado pivote, y la biela, que es otra barra conectada a la manivela en un extremo y a un objeto en movimiento lineal en el otro extremo.

Ilustración 6 Mecanismo biela - manivela



*Fuente: Autor*

La operación básica de este mecanismo se basa en el principio de conservación de la energía mecánica. Cuando la manivela gira en sentido horario o antihorario, su extremo conectado a la biela describe un movimiento circular. Esto provoca que la biela, al estar conectada en el otro extremo a un objeto, se mueva linealmente hacia adelante y hacia atrás, conservando la relación de amplitud “ $r$ ”, en la que el radio descrito entre el pivote y la articulación, generara un desplazamiento lineal máximo de  $2r$  en el extremo opuesto de la biela (Parra & Gómez, n.d.).

### **2.2.2. Análisis estructural ante cargas laterales**

En la ingeniería estructural, las cargas laterales se refieren a fuerzas o momentos que actúan de manera perpendicular al eje principal de una estructura, es decir, en una dirección horizontal en lugar de una dirección vertical. Estas cargas pueden ser generadas por diversos factores, como viento, sismos, presión de agua, entre otros.

En términos representativos, las cargas más exigentes a las que se enfrenta una estructura son aquellas generadas por eventos sísmicos. Y es que la importancia de la dinámica estructural se destaca especialmente en regiones sísmicas como Colombia, donde la amenaza de terremotos es constante. Y por tanto es requerido que las estructuras sean capaces de resistir y mantener la seguridad incluso en condiciones extremas. Comprender la dinámica estructural es fundamental para evaluar cómo diferentes sistemas responden a la vibración y los movimientos generados por un sismo.

Anil K. Chopra en su libro “Dinámica estructural” explica los procesos analíticos con los que se puede estudiar el comportamiento de una estructura condicionado por cargas laterales externas aplicadas en la base de la estructura. El análisis parte de un principio fundamental de los sólidos deformables que indica que toda la materia vibra, y que esas vibraciones moleculares finalmente se desencadenan en forma global como un sistema general, que condiciona el comportamiento de toda la estructura en función de sus materiales. Estas vibraciones pueden ser representadas principalmente por su frecuencia y entre otras propiedades dinámicas, como el amortiguamiento, lo que permite caracterizar dinámicamente una estructura y asegurar que ello es confiable para entender su comportamiento.

Normativas de construcción sismorresistente como la NSR 10 proponen métodos de análisis dinámico de estructuras siguiendo la respuesta de la base de la estructura ante un sismo. El análisis dinámico cronológico es un método de evaluación de estructuras bajo terremotos reales, empleando la respuesta histórica de un sismo para calcular las fuerzas y desplazamientos en una estructura ante ese evento. Este método emplea un registro de

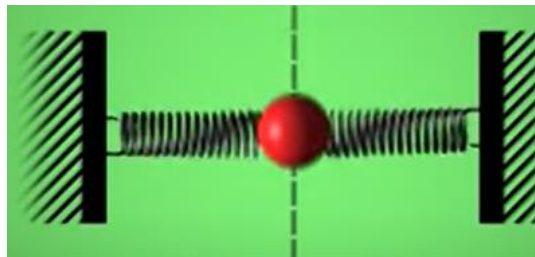
aceleración sísmica del evento sísmico, segmentándolo para calcular la respuesta modal de la estructura en cada segmento. La respuesta total se obtiene sumando las respuestas modales de todas las frecuencias modales. Aunque es más preciso que el análisis modal espectral, es más complejo y demanda más recursos computacionales.

El procedimiento inicia con el modelado de la estructura en un software, seguido por la obtención de la respuesta histórica del terremoto. Luego, se procesa esa respuesta para adaptarla al modelo estructural. Posteriormente, se calcula la respuesta modal y, finalmente, la respuesta total de la estructura a esa respuesta histórica. Estos resultados se interpretan para evaluar la seguridad de estructuras existentes o diseñar nuevas capaces de resistir terremotos.

### 2.2.2.1. Teoría de las vibraciones

En términos intuitivos, la vibración se refiere al movimiento de un objeto alrededor de un punto de equilibrio. Un sistema de un solo oscilador como el de la Ilustración 7, como una masa conectada a un resorte, demuestra este principio. Cuando se desplaza desde su posición de equilibrio, surge una fuerza de restauración que busca devolverlo a esa posición.

Ilustración 7. Oscilador sencillo

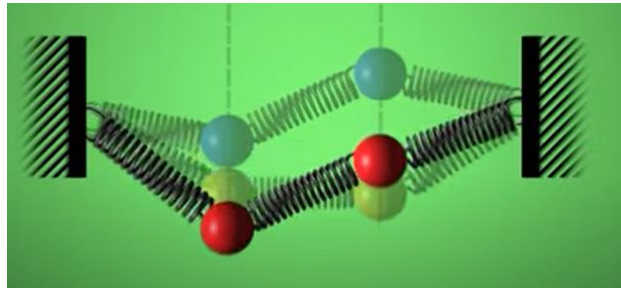


Adaptado de: (YT: QuantumFracture, 2015)

La complejidad aumenta cuando se analizan sistemas con múltiples masas acopladas, pues el comportamiento del sistema depende de la masa relativa y la velocidad inicial de estas masas. Sin embargo, podemos descomponer cualquier movimiento del sistema en combinaciones de movimientos más simples llamados "modos normales". Estos modos normales son fundamentales para comprender el comportamiento del sistema, ya que podemos generar cualquier movimiento amplificando o reduciendo estos modos de manera adecuada (White, 2010).

En el caso anterior, cada sistema tiene sus propios modos normales, y la combinación correcta de estos modos permite describir cualquier movimiento posible del sistema como se muestra en la Ilustración 8. Además, estos modos normales pueden tener diferentes frecuencias, lo que significa que algunos son más rápidos que otros.

Ilustración 8 Modos normales oscilador doble



Adaptado de: (YT: QuantumFracture, 2015)

Sin embargo, en la naturaleza, es recurrente encontrar situaciones que corresponden a una condición de vibración llamada "el caso continuo". Este caso implica considerar un número infinito de masas infinitamente cercanas entre sí, como una cuerda continua. En ese caso, los modos normales se denominan "ondas planas" y, al igual que en los sistemas discretos como los de masas y resortes, existen infinitos modos. Estos modos se etiquetan mediante un número de onda y están relacionados con su frecuencia de vibración (YT: QuantumFracture, 2015).

Lo anterior indica que cualquier movimiento observado en un sistema oscilatorio como una cuerda puede descomponerse en múltiples componentes, específicamente en ondas planas. Cada una de estas ondas planas se caracteriza por su frecuencia y amplitud, y juntas constituyen la representación completa del movimiento observado.

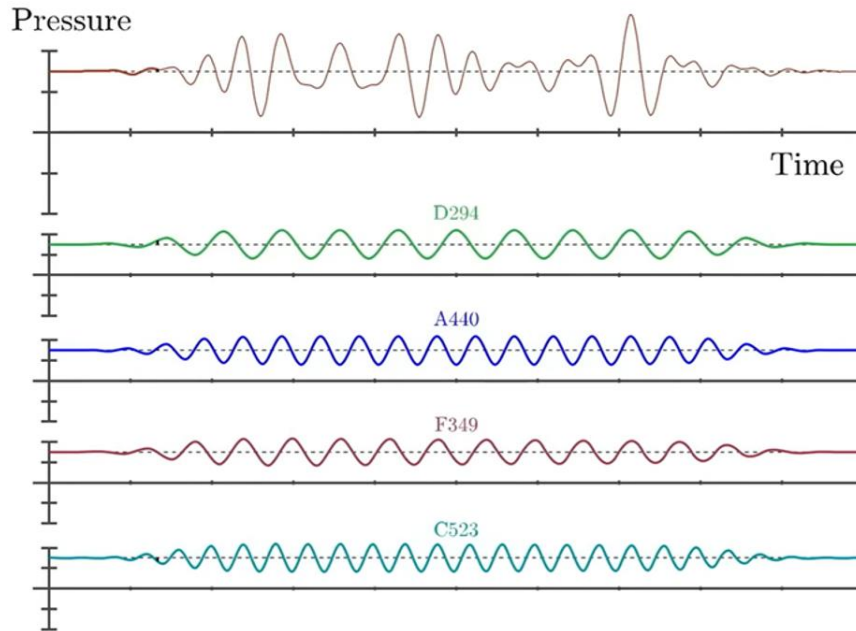
Este concepto de descomponer un movimiento en múltiples ondas planas y controlar su amplitud se aplica no solo a sistemas vibratorios como cuerdas físicas, sino también a otros fenómenos más complejos que también involucran señales, como telecomunicaciones, luz emitida por sustancias químicas o en el caso puntual del análisis estructural las señales provenientes de un registro de aceleraciones sísmicas en función del tiempo. En cada caso, esta descomposición se hace posible aplicando la transformada de Fourier, que es una herramienta matemática usada para analizar y comprender cómo se componen y se distribuyen las frecuencias dentro del sistema:

#### **2.2.2.1.1. Transformada de Fourier**

La Transformada de Fourier es una herramienta matemática fundamental en el análisis de señales y fenómenos que involucran el dominio de la frecuencia. Esta transformada toma una señal en el dominio del tiempo y la descompone en sus componentes de frecuencia, lo que permite analizar su contenido espectral y entender cómo diferentes frecuencias contribuyen a esa señal (Bobadilla et al., n.d.).

Como se muestra en la Ilustración 9, es posible a partir de una señal de entrada obtener todas las señales en forma de ondas planas que sumadas entre si dan como resultante la señal compuesta inicial.

Ilustración 9. Descomposición de una señal de audio en sus ondas planas



Adaptado de: (YT: 3Blue1Brown, 2020)

Según el caso de análisis la transformada de Fourier puede aplicarse de dos formas. La transformada de Fourier Continua se emplea cuando se tiene un registro con señales continuas en el tiempo, como formas de onda de audio o señales físicas que varían de manera suave. Esta transformada nos permite descomponer estas señales en una infinidad de componentes de frecuencia, revelando cuánta energía o amplitud está presente en cada frecuencia. Su forma matemática esta descrita por la siguiente ecuación:

*Ecuación 1: Transformada de Fourier continua*

$$\hat{g}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t)e^{-2\pi ift} dt$$

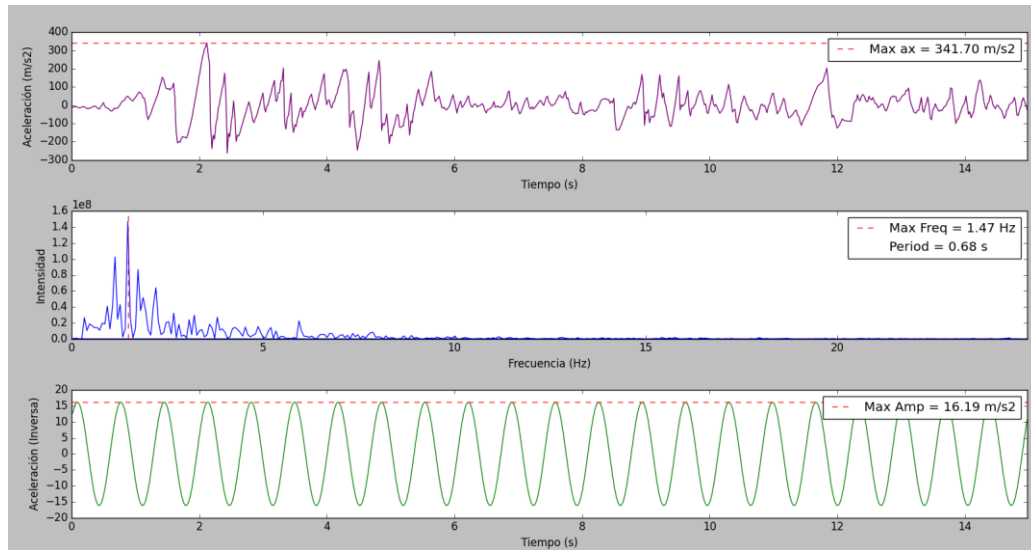
Donde la descripción de las frecuencias “ $f$ ” más representativas de una señal “ $g$ ” están directamente relacionadas con la representación gráfica de la fórmula de Euler en el plano complejo, en función del tiempo y la periodicidad con la que la señal se describe.

Por otro lado, la Transformada de Fourier Discreta es usada en situaciones donde se capturan y almacenan valores oscilatorios como valores discretos en intervalos regulares de tiempo. Claro ejemplo de esto son los registros obtenidos de los acelerógrafos ante una actividad sísmica, pues brindan información de aceleraciones en función de un rango de tiempo determinado. La Transformada de Fourier discreta nos permite analizar y manipular estas señales en el dominio de la frecuencia, lo que es esencial en aplicaciones como la compresión de datos, el filtrado de señales y la modulación. Además, es la base de algoritmos como la Transformada Rápida de Fourier (FFT), que aceleran significativamente los cálculos en sistemas digitales como Python o Matlab.

En términos generales, lo que busca la transformada de Fourier es identificar las señales periódicas que conforman una señal compleja. Esto en el caso del análisis sísmico permite individualizar valores de aceleraciones que durante un periodo determinado de tiempo estuvieron de manera consistente en la señal compuesta, configurándose como una señal representativa para el análisis cíclico que se puede efectuar en una edificación o estructura en general.

Como se ejemplifica en la Ilustración 10, una señal sísmica determinada al ser procesada por la transformada de Fourier arroja una segunda grafica sobre las frecuencias de las ondas planas que la componen, donde los picos de frecuencia con mayor intensidad representan las señales más representativas para la señal compuesta. Sin embargo, para conocer la amplitud de dichas ondas planas es necesario efectuar un proceso denominado como la transformada inversa de Fourier, en el que se limpian todas las señales de baja intensidad y se obtiene una tercera grafica con la onda plana más representativa de la señal original, en función de su frecuencia y relación con el intervalo de tiempo analizado.

Ilustración 10. Espectro de frecuencias con transformada de Fourier



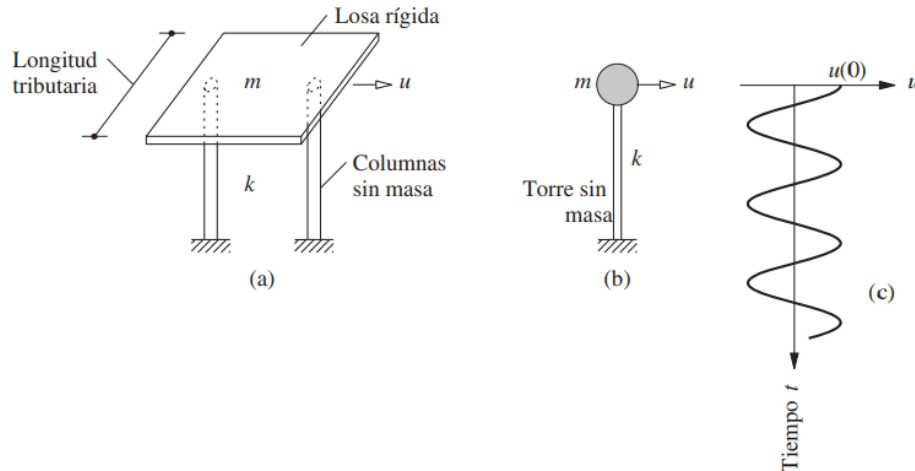
Fuente: Autor

### 2.2.2.2. Sistemas de un grado de libertad

Retomando los conceptos propiamente afines al análisis de la dinámica estructural, (Chopra, 2014), establece que, para efectuar el análisis sísmico de una estructura, su configuración tridimensional puede ser analizada de manera válida en un sistema pseudotrídimensional.

Es decir, en el caso de una edificación, sus pórticos o también llamados ejes resistentes a carga lateral pueden ser idealizados en un sistema más sencillo que condensa tanto las rigideces ( $k$ ) como las masas ( $m$ ) del modelo original en un denominado modelo dinámico. Esto se evidencia en la Ilustración 11, donde también, se describe el comportamiento del modelo ante un desplazamiento inducido ( $u$ ) en condiciones de vibración armónica sin amortiguamiento.

Ilustración 11. Idealización de un sistema de un grado de libertad



Fuente: (Chopra, 2014)

Un concepto clave en el análisis dinámico tanto en estos sistemas de un grado de libertad como en sistemas más complejos, es el periodo de oscilación ( $T$ ), el cual técnicamente está definido como el tiempo que tarda el sistema en completar una oscilación completa. Este concepto es importante al momento de describir la trayectoria del modelo pues está determinada por una ecuación de carácter sinusoidal definida como:

*Ecuación 2: (Chopra, 2014)*

$$U = X \sin (\omega t)$$

Donde “ $X$ ” hace referencia a la amplitud inicial inducida al modelo y “ $\omega$ ” esta definida como la frecuencia natural del modelo. Este termino relaciona directamente el periodo de oscilación con las propiedades de rigidez y masa del sistema, así:

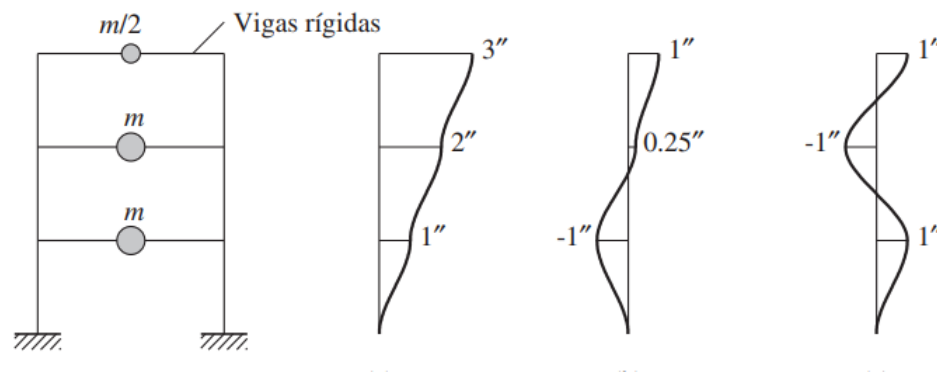
*Ecuación 3: (Chopra, 2014)*

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

### 2.2.2.3. Sistemas de múltiples grados de libertad

En casos aplicados a la realidad, edificaciones de múltiples plantas no siguen exactamente el modelo descrito anteriormente en términos generales, en lugar de esto, se conforma un sistema de múltiples masas y rigideces condensadas en el modelo pseudotridimensional como se muestra en la Ilustración 12.

Ilustración 12 Sistema de múltiples grados de libertad



Fuente: (Chopra, 2014)

En este caso estas masas ya no están sometidas a un solo desplazamiento ( $X$ ) y velocidad ( $X'$ ) inducida, sino a un juego inicial de desplazamiento con los que el sistema vibrará armónicamente, y cuya ecuación de desplazamiento está definida por:

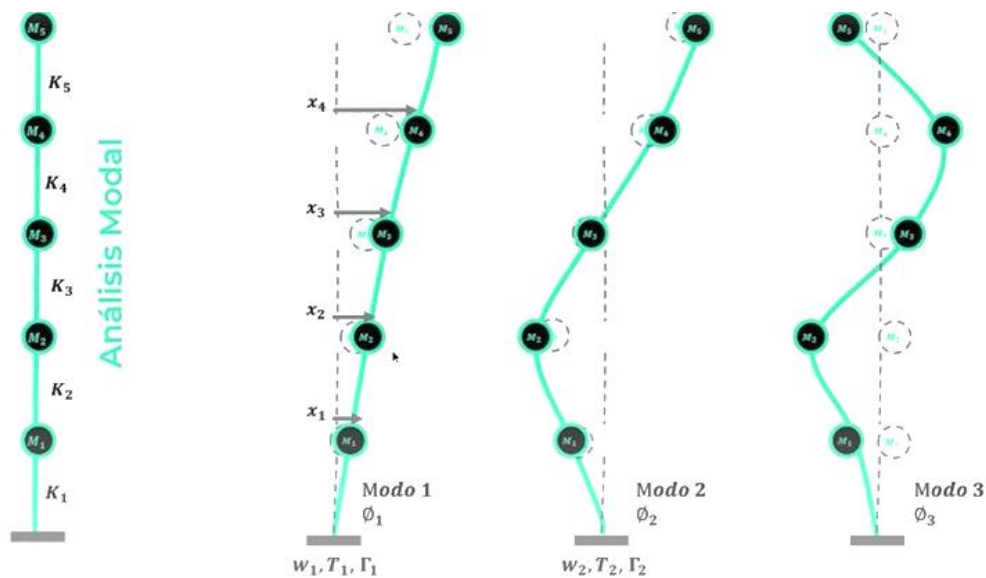
*Ecuación 4: (Chopra, 2014)*

$$U = X \cos(\omega t) + \frac{X'}{\omega} \text{sen}(\omega t)$$

Sin embargo, un método de análisis dinámico conocido como análisis modal permite desglosar estos sistemas de  $n$  grados de libertad, en  $n$  soluciones descritas por sistemas de un solo grado de libertad, tal como se mencionaba en 2.2.2.1. Esto termina configurando los diferentes modos de vibración del modelo en general, condicionados por la frecuencia angular y el porcentaje de participación de masa en cada modo.

De igual manera a como se mencionó en la teoría de vibraciones, los modos de vibración de la estructura están directamente relacionados a la cantidad de grados de libertad que tenga el modelo, como se muestra en la Ilustración 13. Sin embargo, en la mayoría de los casos no es necesario resolver todos los modos de vibración pues algunos de estos contribuyen significativamente poco al comportamiento de la estructura. Es por eso que metodologías de análisis estático como la de la fuerza horizontal equivalente se sustentan en la distribución del primer modo de vibración para calcular la respuesta estructural del edificio, pues es el modo que más contribuye en el comportamiento general del modelo.

Ilustración 13 Modos de vibración SMGL



Adaptado de: (YT: TEDI LatAm, 2022)

### 2.2.3. Teoría de modelos a escala

Como se mencionó en 2.1, en virtud de generar conocimiento acerca del comportamiento estructural de las edificaciones ante ciertas condiciones de carga. Los modelos a escala se configuraron como una manera válida, pero sobre todo eficiente para entender cómo una estructura puede responder al momento de recibir cargas externas como las de un sismo.

En su libro “Structural modeling and experimental techniques” (Harris & Sabnis, 1999), desarrollan de manera amplia todas las implicaciones y puntos importantes para generar modelos a escala que satisfagan el comportamiento estructural de un modelo real abordado desde varios puntos de vista relacionados propiamente al análisis estructural, o a otros aspectos de igual importancia como la resistencia de materiales.

En términos generales, el modelado estructural es el proceso de representar una estructura real en una forma simplificada que sea adecuada para el análisis o la experimentación. El objetivo del modelado estructural es crear un modelo que sea lo suficientemente preciso para representar el comportamiento real de la estructura, pero que sea lo suficientemente sencillo para ser analizado o experimentado.

Hay dos tipos principales de modelos estructurales: modelos físicos y modelos matemáticos. Los modelos físicos son modelos a escala de la estructura real, mientras que los modelos matemáticos son representados en forma matemática. Los modelos híbridos combinan elementos físicos y matemáticos.

Para el caso puntual de los modelos físicos, estos a su vez se pueden clasificar según su finalidad en modelos elásticos o inelásticos. Los modelos inelásticos son diseñados para simular comportamientos no lineales en estructuras, como la plastificación de materiales, la deformación por fluencia, o el comportamiento post-fractura. Estos modelos son particularmente útiles cuando se busca comprender cómo las estructuras responderán ante cargas que exceden sus límites de elasticidad, como sismos severos o cargas dinámicas

extremas. A través de la implementación de características inelásticas, como articulaciones plásticas o elementos que modelan el daño, los modelos inelásticos brindan información crítica sobre la resistencia y la capacidad de absorción de energía de las estructuras basada principalmente en sus materiales.

Por otro lado, los modelos elásticos se caracterizan por mantener una relación lineal entre las cargas aplicadas y las deformaciones resultantes, lo que los hace ideales para el estudio de comportamientos estructurales bajo cargas estáticas o pequeñas cargas dinámicas. Estos modelos replican las propiedades elásticas estructuras basada principalmente en su configuración geométrica general, lo que facilita la evaluación de la respuesta a eventos sísmicos y la predicción de deflexiones y tensiones, si el caso así lo requiere.

En el proceso de fabricación de los modelos a escala es importante cumplir con la homogeneidad de las dimensiones del modelo. Esto es un principio clave en la construcción y diseño de modelos a escala, pues se refiere a la relación proporcional entre las dimensiones de un modelo a escala y las dimensiones reales de la estructura que representa. En otras palabras, significa que las proporciones geométricas entre los elementos del modelo son idénticas o de gran similitud a las proporciones de la estructura real.

Para esto, los autores proponen ciertos factores de escala consignados en la Tabla 1 considerados apropiados según el elemento o la condición que se quiera modelar y en qué tipo de modelo se pretenda analizar.

Otro aspecto importante es el material con el que se construirá el modelo. Al tratarse de modelos elásticos estos pueden utilizar materiales específicos, como el aluminio o materiales plásticos termoformados, como el acrílico, para recrear con precisión las propiedades elásticas de las estructuras reales que se están estudiando.

Tabla 1 Escalas recomendadas según tipo de elemento

<i>Tipo de elemento</i>	<i>Modelo elástico</i>	<b>Modelo rígido (inelástico)</b>
Cubiertas	1/200 a 1/50	1/30 a 1/10
Puentes vehiculares	1/25	1/20 a 1/4
Vigas / Entrepisos	1/25	1/10 a 1/4
Presas	1/400	1/75
Efectos de viento	1/300 a 1/50	N.A.

Fuente: (Harris & Sabnis, 1999)

Finalmente, a partir de la selección del factor de escala se configura el análisis que se puede efectuar al modelo a escala fijando ciertas puntualidades sobre el mismo. Por ejemplo, según el tipo de modelo, es decir si se trata de un modelo replica, o un modelo prototipo, las características de su análisis varían gradualmente.

Si se trata de un modelo replica, significa que es un modelo exacto de la situación real a estudiar, por tal motivo propiedades como desplazamientos, esfuerzos, o frecuencias deben ser analizados bajo el mismo factor de escala, pues la similitud es tal, que se asume que el comportamiento a escala será el mismo, pero respectivamente escalado.

Para el caso de los modelos prototipo, estos modelos conservan un rango de similitud que se considera adecuado para los objetivos de la investigación, y sus propiedades de respuesta dinámica se evalúan de manera eficiente en función de este nivel de similitud aceptable. Esta elección permite un equilibrio entre la representación fiel de la realidad y la factibilidad práctica de la investigación.

### **3. Capítulo III Diseño metodológico**

El diseño metodológico de este proyecto se divide en cuatro fases interconectadas que abarcan desde la creación del prototipo de mesa vibratoria uniaxial hasta la validación de la metodología mediante análisis comparativos.

#### **Fase 1: Diseño, fabricación y calibración del prototipo de mesa vibratoria uniaxial**

En esta fase, se diseña el prototipo, se seleccionan las piezas y materiales, se fabrica y se calibra para garantizar su funcionamiento preciso y controlado. El prototipo de mesa vibratoria es la herramienta principal de la metodología para aplicar cargas dinámicas y estáticas controladas a los modelos a escala.

#### **Fase 2: Planteamiento de los procedimientos de ensayo, extracción y análisis de datos en modelos a escala**

En esta fase, se establecen los procedimientos para la realización de los ensayos en modelos a escala. Se definen las condiciones de carga, se prepara los modelos a escala, se instala la instrumentación necesaria y se establecen los métodos de registro de datos. Se establecen protocolos y métodos precisos para la extracción y el análisis de datos.

#### **Fase 3: Ensayo de prueba para aplicar la metodología en un modelo a escala**

En esta fase, se aplica la metodología desarrollada en un modelo a escala. Se prepara los modelos a escala según las especificaciones definidas en la fase anterior y se someten a las cargas dinámicas y estáticas generadas por el prototipo de mesa vibratoria. Se registran y documentan los resultados de los ensayos, incluyendo las respuestas estructurales, y registros de la señal de aceleración de la plataforma móvil del prototipo.

#### **Fase 4: Validación de la metodología mediante análisis comparativo entre resultados del modelo físico y un modelo digital en ETABS**

En esta fase, se valida la metodología empleada. Se efectúa un análisis comparativo entre los resultados obtenidos del modelo físico a escala y un modelo digital creado en el software de análisis estructural ETABS 18.1.1. Este proceso permite evaluar la precisión y la confiabilidad de la metodología desarrollada al verificar si los resultados del modelo físico concuerdan con las simulaciones digitales descritas por el modelo matemático digital.

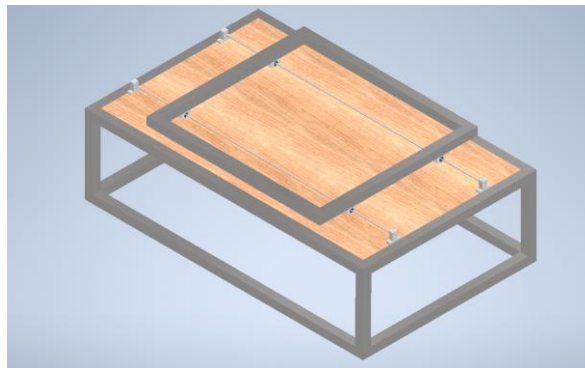
## 4. Capítulo IV. Descripción de la investigación y resultados

En este capítulo se presenta una descripción detallada de todo el proceso experimental y se revelan los resultados fundamentales obtenidos a lo largo del estudio. Puntualmente, se evidencian los procedimientos llevados a cabo, desde la fabricación y calibración del prototipo de mesa vibratoria uniaxial hasta la ejecución de los ensayos un modelo a escala de una edificación, junto con el respectivo análisis de los datos registrados durante los ensayos, destacando el comportamiento de estructuras a escala sometidas a cargas dinámicas y su correlación con modelos digitales.

### 4.1. Diseño del prototipo de mesa vibratoria uniaxial

El diseño del prototipo mostrado en la Ilustración 14 se llevó a cabo utilizando el software Autodesk Inventor, una herramienta de diseño asistido por computadora (CAD) usada para la modelación de elementos mecánicos. Esta elección se basó en la capacidad de Autodesk Inventor para proporcionar una representación detallada y precisa de los componentes del prototipo de mesa vibratoria uniaxial. La utilización de esta plataforma CAD permitió modelar cada elemento de la mesa vibratoria principalmente de las piezas que constituyen la plataforma móvil, y exportar planos de su estructura (anexos) lo que resultó fundamental para la fabricación y calibración exitosas del dispositivo.

Ilustración 14. Vista isométrica del diseño de la mesa vibratoria en Inventor

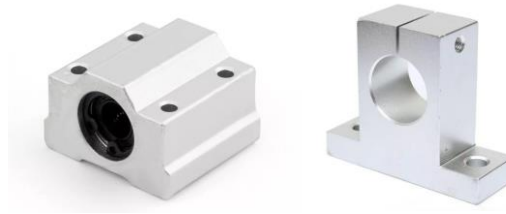


Fuente: Autor

## 4.2. Fabricación del prototipo de mesa vibratoria uniaxial

Basados en la modelación digital efectuada en Autodesk inventor se identificaron las piezas necesarias para el funcionamiento correcto, principalmente de la mecánica de la plataforma móvil de dimensiones 0.68 x 1m. Pues bien, esa plataforma cumple su función gracias al ensamble de 4 rodamientos lineales de referencia Sc8uu dentro de 2 ejes paralelos hechos en acero de 8mm de diámetro soportados en elementos fabricados en aluminio de referencia Sk8.

Ilustración 15. Rodamientos lineales y soportes para varilla 8mm

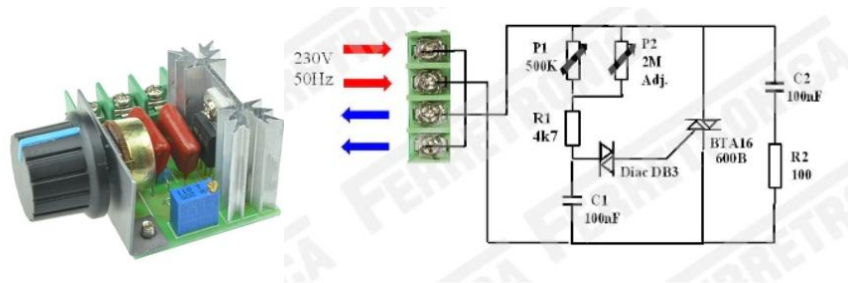


Fuente: Merkatronix SAS

Además de la plataforma móvil otro de los componentes esenciales del prototipo es el sistema motriz que activa el mecanismo biela – manivela este sistema está compuesto principalmente por un motor eléctrico que tiene la capacidad de regular las revoluciones de acuerdo a la cantidad de energía eléctrica que se le proporcione. Este sistema es controlado por un circuito electrónico cuyo componente principal es un Dimmer regulador de corriente alterna, que con la perilla mostrada en la Ilustración 16, tiene la capacidad de controlar la salida de voltaje que se dirige hacia el motor eléctrico, y por tanto las revoluciones a las que esa gira.

Lo anterior fue parte importante para fabricar el dispositivo regulador de la mesa vibratoria mostrado en la Ilustración 17, donde además del Dimmer se incorporan al circuito un conjunto de testigos luminosos e interruptor que complementan en trabajo del Dimmer en el control de las oscilaciones uniaxiales de la mesa vibratoria.

Ilustración 16 Circuito regulador de voltaje



Fuente: Ferretronica.com

Ilustración 17 Dispositivo controlador de revoluciones, y otras piezas



Fuente: Autor

En el caso del dispositivo de regulación de revoluciones, los dos testigos de color verde cumplen la función de indicar en qué situación se encuentra el paso de corriente en el circuito, de manera que si solo uno de los testigos este encendido, significa que el dispositivo está conectado a una corriente de entrada, pero el paso está restringido hacia el motor por el interruptor. Al accionar el interruptor se encienden los dos testigos indicando que el flujo de corriente ya está sobre el motor y depende del ángulo de la perilla la velocidad con la que este gire.

El resultado final del ensamblaje del prototipo se evidencia en la Ilustración 18 y en la Ilustración 19 , donde es también resaltable el mecanismo biela manivela con el que funciona el prototipo. Pues la biela está dotada de dos rodamientos radiales localizados en los extremos de la barra que permiten un correcto funcionamiento del mecanismo en general.

Ilustración 18 Mesa vibratoria uniaxial



Fuente: Autor

Ilustración 19 Mecanismo biela manivela en prototipo



Fuente: Autor

En resumen, las piezas principales del prototipo de mesa vibratoria uniaxial se encuentran en la siguiente tabla:

Tabla 2. Principales piezas del prototipo de mesa vibratoria

	<b>Pieza</b>	<b>Cantidad</b>
Plataforma móvil	Soportes Sk8	4
	Rodamientos lineales Sc8uu	4
	Eje lineal $\phi$ 8mm x 1m	2
	Perfil en aluminio 4x4cm x 60cm	2
	Perfil en aluminio 4x4cm x 90cm	2
	Lamina acrílica 9mm 0.68x1m	1
Estructura de reacción	Perfil acero 4x4cm x 50cm	4
	Perfil acero 4x8cm x 150cm	4
	Perfil acero 4x8cm x 60cm	4
Sistema motriz	Motor eléctrico	1
	Regulador de revoluciones	1
	Disco acrílico 9mm $\phi$ 20cm	1
	Biela con rodamientos radiales	1

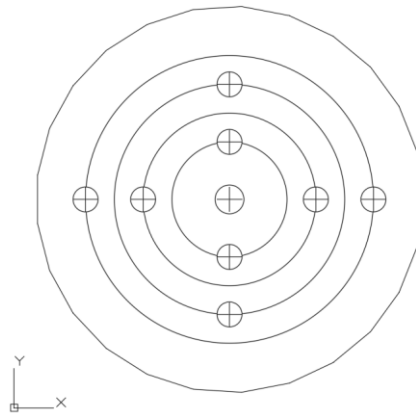
Fuente: Autor

### 4.3. Calibración del prototipo

En este apartado surge una de las metodologías esenciales para la ejecución del proyecto, la cual está relacionada con el análisis del comportamiento de la mesa a partir de registros de aceleraciones medidos en tiempo real, así como el control de la amplitud del desplazamiento de la plataforma según el caso.

En el caso del prototipo, el disco que actúa como manivela, cuenta con perforaciones separadas en intervalos de 3cm desde el eje de rotación, como se muestra en la Ilustración 20, lo que permite según la ubicación del pivote determinar la amplitud del desplazamiento lineal de la plataforma móvil. Las perforaciones para el pivote tienen una perforación orientada en el mismo eje a fin de ubicar ahí un contrapeso que contribuye a la estabilidad del disco durante la operación del mecanismo.

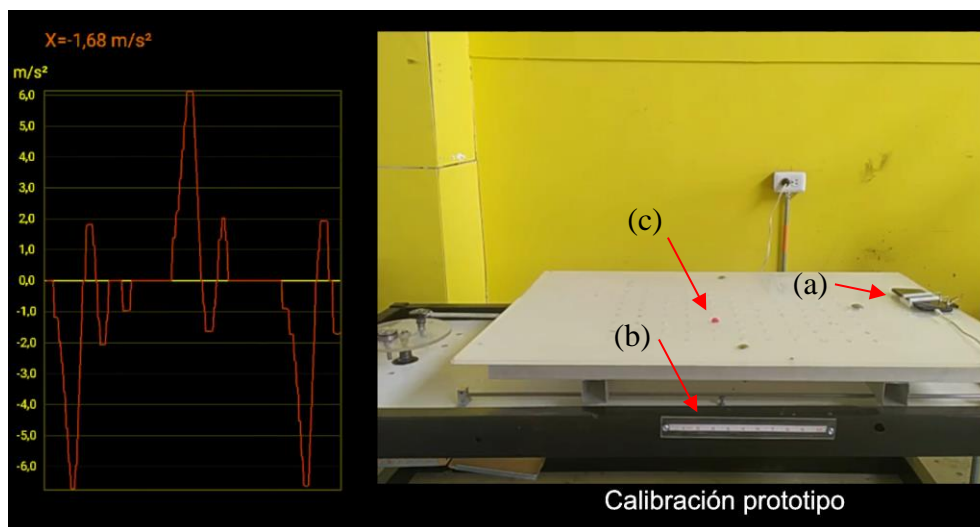
Ilustración 20 Diseño del disco (manivela)



Fuente: Autor

Ahora bien, el procedimiento para determinar si estos desplazamientos son coherentes con lo expuesto en 2.2.1.1 se dispuso del montaje de un sistema de captura de video, cuya interfaz se observa en la Ilustración 21, que a posterior permitiera medir dichos desplazamientos de la plataforma, así como las correspondientes aceleraciones experimentadas durante la operación del prototipo.

Ilustración 21 Interfaz de captura de video en calibración del prototipo

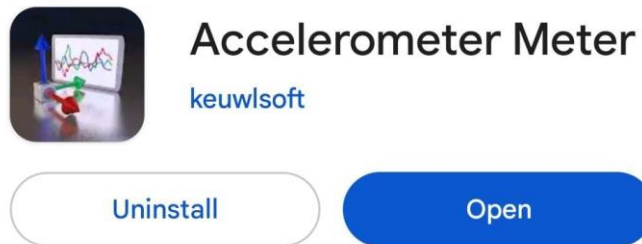


Fuente: Autor

Esta interfaz es generada en el software de captura de video OBS, y en esta se puede apreciar en el costado izquierdo el registro de aceleraciones en tiempo real medidas con un dispositivo celular (a) fijado a la plataforma móvil del prototipo. Este registro es mostrado por medio de la aplicación “Accelerometer Meter” (Ilustración 22).

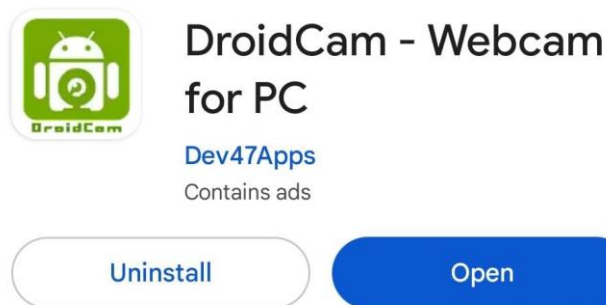
Al costado derecho de la interfaz se muestra el registro del comportamiento de la mesa capturado por otro dispositivo celular, y transmitido a la interfaz de captura por medio de la aplicación “DroidCam” (Ilustración 23).

Ilustración 22 App Accelerometer meter



Fuente: Google Play

Ilustración 23 App DroidCam



Fuente: Google Play

Dentro de la ejecución de la metodología es recomendable que tanto el dispositivo de registro de aceleraciones como el de captura de video estén conectados por medio de

cable USB al computador donde se ejecute OBS, a fin de evitar distorsiones entre los registros.

Al momento de obtener los registros de filmación sobre el comportamiento de la mesa, el paso siguiente es analizar estos registros de video. Para esta tarea el software de análisis físico de video “Tracker” (Ilustración 24) permite rastrear las trayectorias dinámicas de un punto determinado a partir de una medida de referencia.

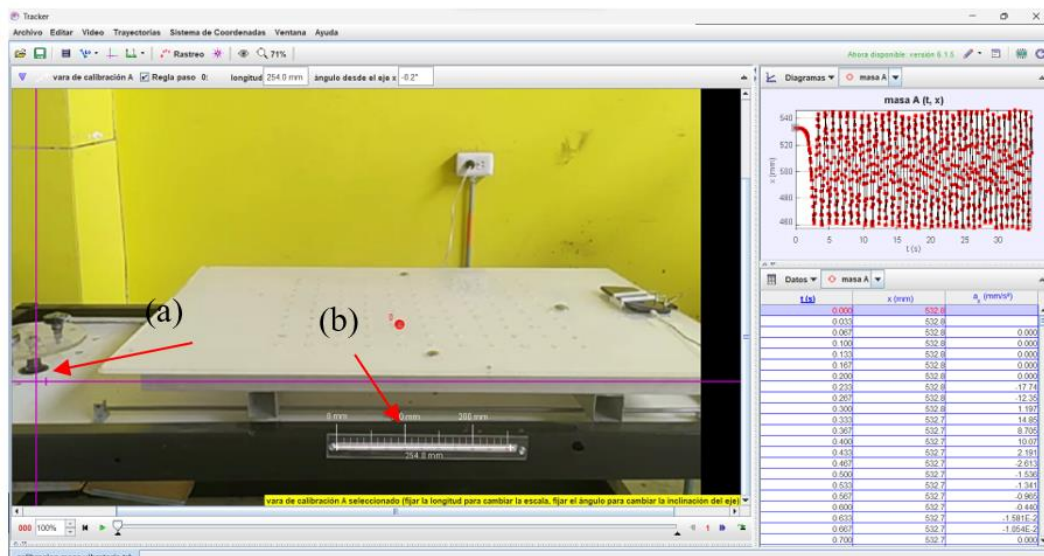
Dicha medida de referencia se introduce al programa a partir de una distancia conocida en el plano de filmación del video. Esto es, en la Ilustración 21, e punto denominado (b), el cual es una barra de calibración con una distancia conocida de 10 pulgadas esto introducido en el programa es equivalente a 254mm, como se muestra en la Ilustración 25.

Ilustración 24. Tracker Análisis de video



Fuente: Autor

Ilustración 25 Interfaz Tracker



Fuente: Autor

De la anterior ilustración es posible apreciar la interfaz de análisis del programa en la que se puede ver la barra de calibración equivalente a las 10" del plano real. También es posible ver los ejes de referencia (a) sobre los cuales puede trabajar el programa para analizar desplazamientos. Es importante brindarle al programa un punto de referencia sobre el que mida los desplazamientos (b) esto permite al programa buscar una referencia clara en cada fotograma del video, que en el caso de la calibración del prototipo se estaba capturando a 30 fotogramas por segundo.

Una vez ejecutado esto, en el costado derecho de la interfaz del programa aparece tanto la gráfica como la tabla de valores que describe la trayectoria del punto de referencia (b) en función del tiempo analizado.

De este análisis de calibración se determinó las características del desplazamiento de la plataforma móvil cuando el pivote de la manivela variaba en ubicación. Estos resultados se consignan a continuación:

Tabla 3. Desplazamientos de la mesa en calibración

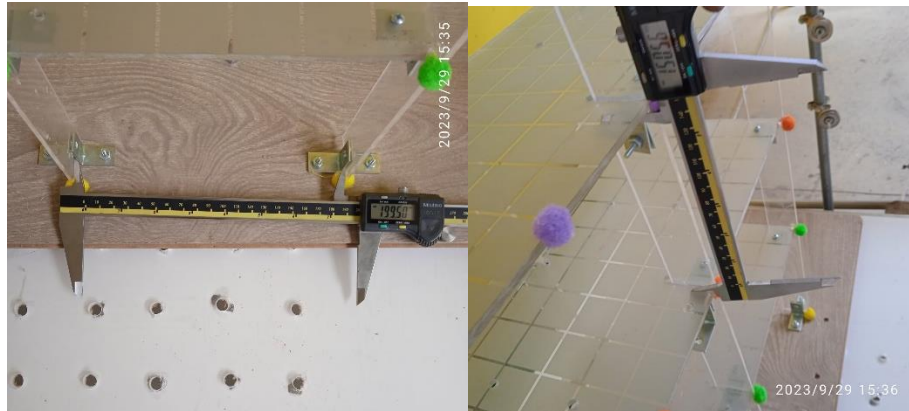
Ubicación de pivote	Desplazamiento máximo
3 cm	31 mm
6 cm	58 mm
9 cm	90 mm
12 cm	125 mm

Fuente: Autor

#### **4.4. Fabricación del modelo a escala para ensayo de prueba**

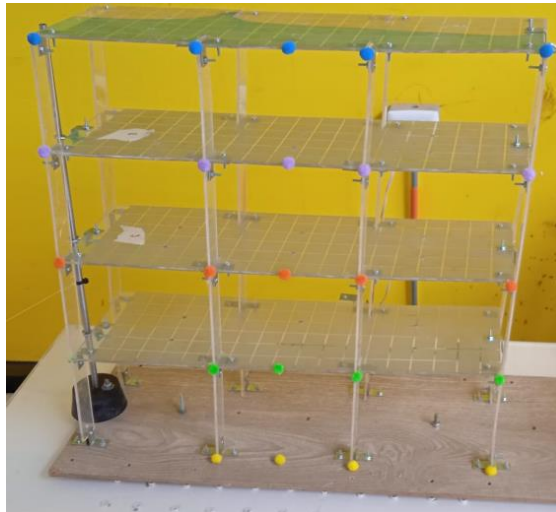
Con el objetivo de evidenciar la aplicación de la metodología se construyó un modelo a escala que según la teoría de modelado a escala es un modelo elástico que permite evidenciar el comportamiento estructural en general sin tener en cuenta la influencia de los materiales. Pues bien, el modelo construido corresponde a un sistema de pórticos en escala 1/25 cuyas dimensiones principales son 15cm de altura de entresijos, con 4 entresijos, y una distancia entre columnas de 20 cm, que configura un sistema de 3 vanos.

Ilustración 26 Dimensiones del modelo a escala



Fuente: Autor

Ilustración 27 Vista general del modelo



Fuente: Autor

Respecto a los materiales del que esta construido el modelo, la representación de los elementos estructurales esta dada por un material termoplástico como lo es el acrílico en un espesor de 3mm, este material posee gran capacidad de deformación elástica, lo que es útil para evidenciar de manera efectiva comportamientos estructurales en términos de desplazamientos.

Ilustración 28 Espesor aproximado del acrílico



Fuente: Autor

Los elementos estructurales del modelo están unidos entre si por un sistema de soportes en acero en ángulo de  $90^\circ$  asegurados con pasadores de tipo tornillo ajustados con tuercas

Ilustración 29 Características de las uniones



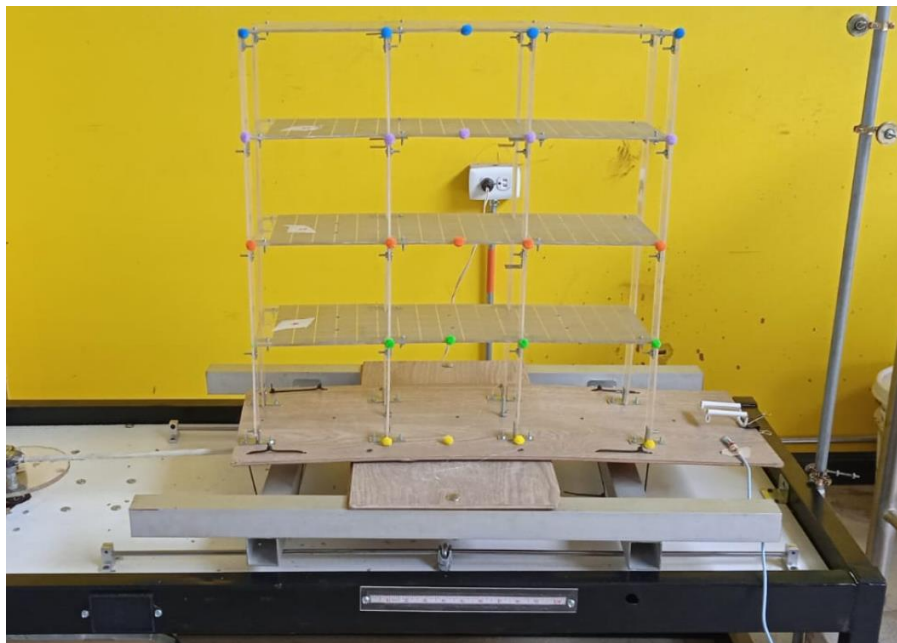
Fuente: Autor

#### 4.5. Procedimiento de ensayo, extracción y análisis de datos en modelo a escala

Al momento de ensayar el modelo a escala desde la condición dinámica es importante resaltar que la capacidad máxima de carga de la mesa vibratoria es de 10kg, pues de excederse ese valor el mecanismo es susceptible a presentar irregularidades en los desplazamientos con lo que las variables de análisis no serían controlables.

Por lo anterior, teniendo en cuenta que la lámina acrílica de la plataforma móvil tiene una masa aproximada de 6kg y el modelo a escala una masa de 7.5kg, para el ensayo dinámico fue necesario retirar la lámina acrílica y fijar el modelo directamente al marco de aluminio de la plataforma móvil como se ilustra a continuación.

Ilustración 30 Montaje de ensayo dinámico



Fuente: Autor

Profundizando en la metodología de ensayos, es importante que, a la hora de ejecutarlos, los instrumentos de medición y captura de video estén adecuados para tal fin. Es decir que se cuente con las siguientes aplicaciones y/o programas instalados según el caso.

- El dispositivo celular encargado de grabar el ensayo debe tener la aplicación “DroidCam Android” instalada, además de tener activada la depuración USB en la configuración del sistema.
- El dispositivo celular fijado en la mesa vibratoria debe tener instalada la aplicación “Acelerometer Meter”, y la aplicación “Captura Android”. Además, también debe tener activada la depuración USB.
- El dispositivo computador que recibirá todos los registros, debe tener instalados los programas OBS, “DroidCam PC”, y “Captura PC”.
  - Todos estas aplicaciones y programas están disponibles en la base de datos del proyecto:  
<https://drive.google.com/drive/folders/1Kn9LleYDKaiqr66QiCpKMktpE9O7a28?usp=sharing>

Adicionalmente es recomendable que para alcanzar frecuencias altas el pivote se disponga en el primer agujero del disco, es decir a 3cm de eje, además que la imposición de voltaje al motor se haga de manera gradual y progresiva, que eviten movimientos bruscos que puedan dañar el mecanismo.

Como se mencionó anteriormente la capacidad de carga de la mesa es de máximo 10 kg para que esta funcione con normalidad, si el modelo + la plataforma acrílica suma más del valor admisible es recomendable retirar la plataforma acrílica y fijar únicamente el modelo al marco de aluminio de la plataforma móvil. Tal como se ejemplifico en este proyecto.

#### 4.5.1. Procedimiento y resultados de ensayo dinámico

- Luego de fijar de manera adecuada el modelo a la mesa vibratoria, el dispositivo celular de la plataforma móvil debe ejecutar la aplicación “Captura Android” y presentar en la pantalla la interfaz de la aplicación “Acelerometer meter, asegurándose que las mediciones del acelerómetro estén registradas en el eje X. esto luego de asegurarse que el celular y el computador este conectados por USB, y que en el computador se este ejecutando el programa “Captura PC” y este registrando la pantalla del celular en la del computador.

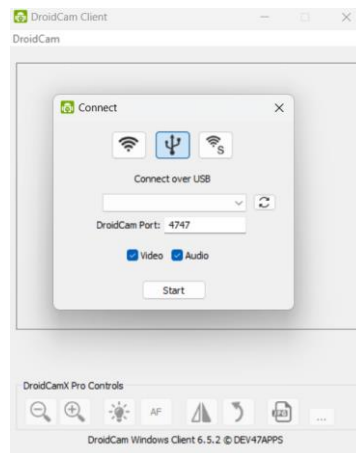
Ilustración 31 Interfaz Acelerometer meter



Fuente: Autor

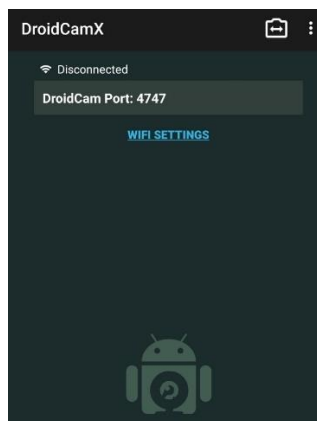
- Paso seguido se configura la captura de video con el otro dispositivo celular. Para esto el PC y el celular deben estar conectados por USB, para luego ejecutar en el Pc el programa “DroidCam PC” que muestra la siguiente interfaz:

Ilustración 32 Interfaz DroidCam PC



- En el dispositivo celular la interfaz de la app “DroidCam Android” tiene este aspecto:

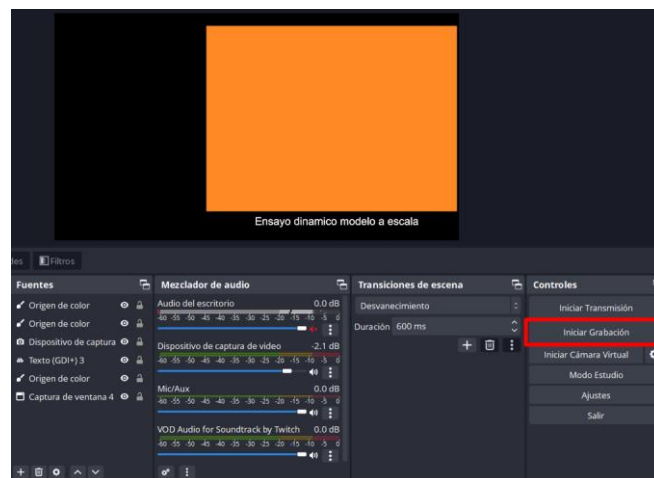
Ilustración 33 Interfaz DroidCam Android



Fuente: Autor

- Al estar conectados los dos dispositivos y presionar “Start” en la interfaz de Pc se inicia el registro de la cámara de video, que capturado en OBS luce como en la Ilustración 21.
- En la medida en que se tengan los dos dispositivos dando registro de aceleración y cámara respectivamente, el ensayo dinámico podrá iniciar pulsando en la interfaz de OBS “iniciar grabación”

Ilustración 34 Interfaz de grabación de ensayos



Fuente: Autor

- Para el caso concreto de este modelo a escala se inició con una aceleración armónica de amplitud máxima aproximadamente de  $5 \text{ m/s}^2$ , evaluando la respuesta del modelo en esta aceleración durante un rango de tiempo aproximado de 20 segundos. Luego se incrementó la amplitud máxima de la aceleración en rangos de  $5 \text{ m/s}^2$  hasta alcanzar el primer modo de vibración del modelo que se evidencio cuando la amplitud de la aceleración alcanzo los  $25 \text{ m/s}^2$  aproximadamente. Esto se evidencia a continuación:

Los registros de video de los ensayos se encuentran en la base de datos del proyecto:  
<https://drive.google.com/drive/folders/1ekozedVwE8xZljZWyrXIYPQu0WhKSwoQ?usp=sharing>

Ilustración 35 Ensayo dinámico  $5\text{m/s}^2$

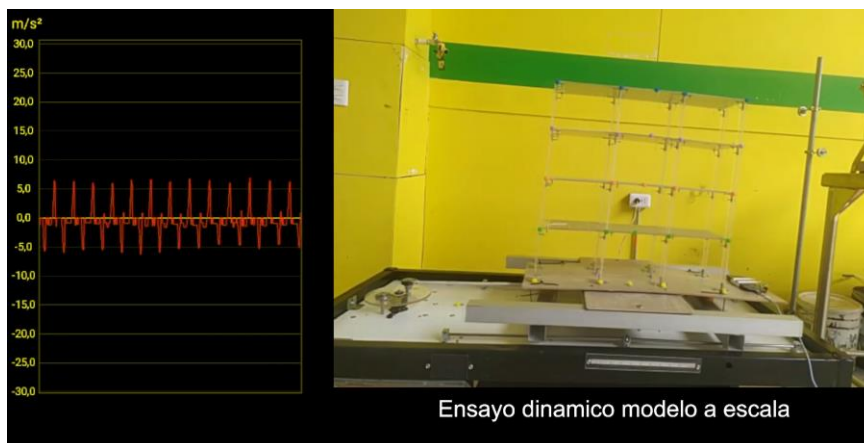


Ilustración 36 Ensayo dinámico  $10\text{m/s}^2$

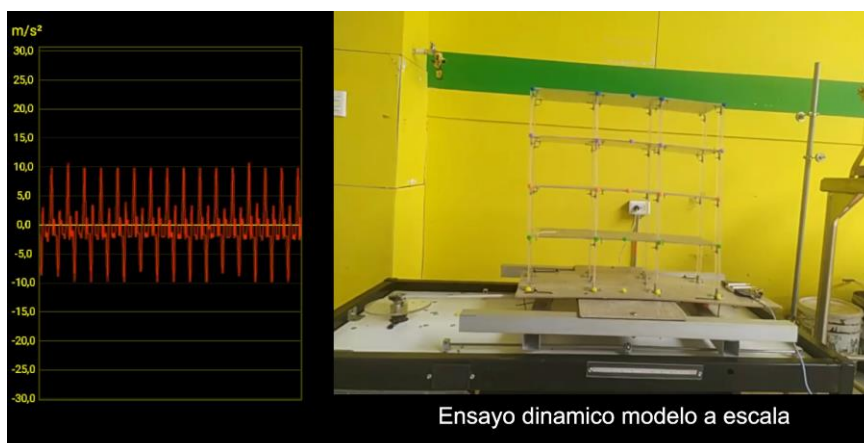


Ilustración 37 Ensayo dinámico  $15\text{m/s}^2$

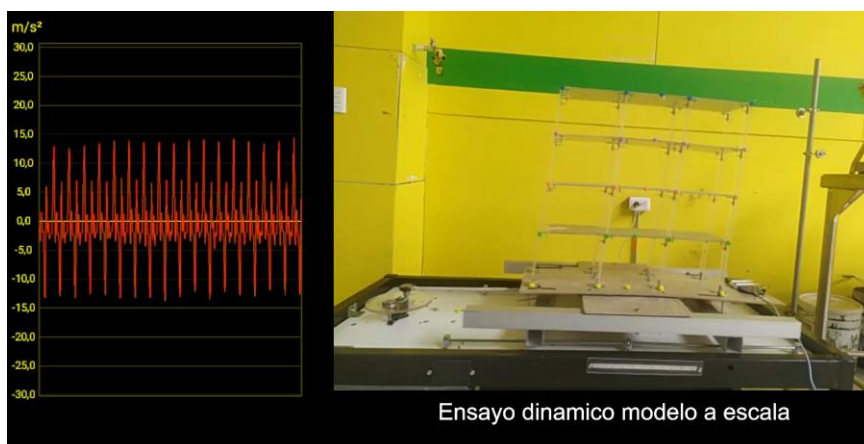


Ilustración 38 Ensayo dinámico  $20\text{m/s}^2$

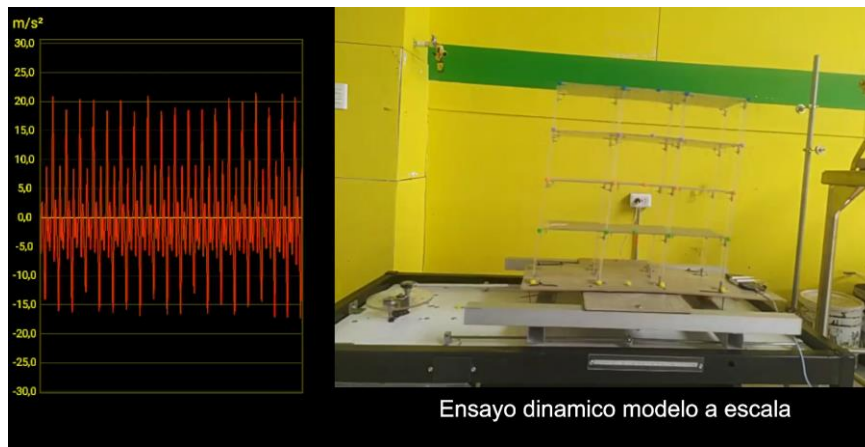
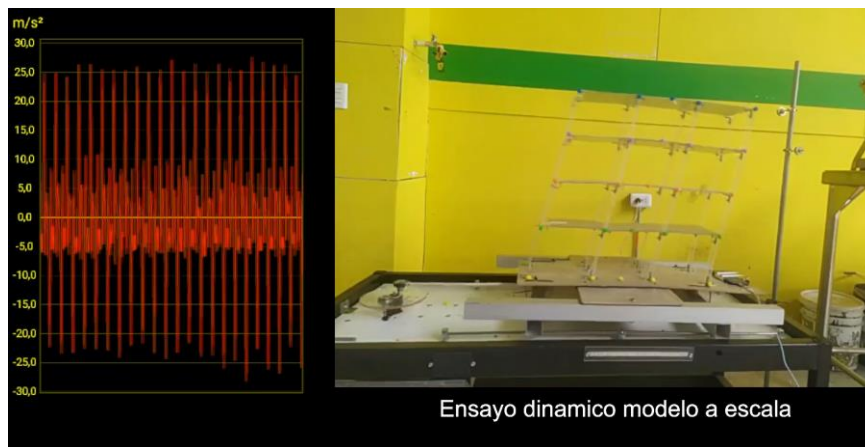


Ilustración 39 Ensayo dinámico  $25\text{m/s}^2$



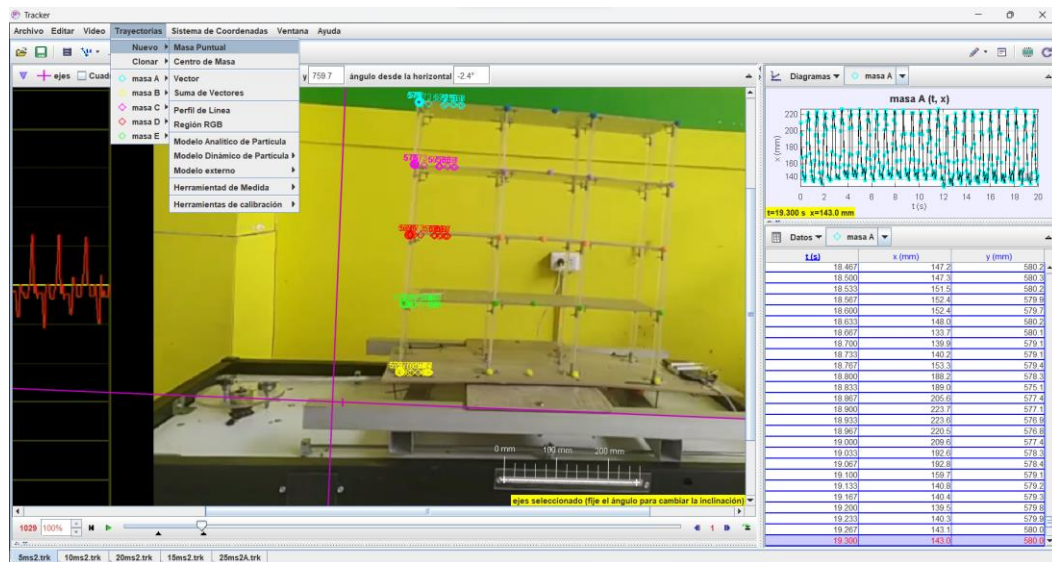
Fuente: Autor

- El registro de video de cada uno de los ensayos debe ser cargado a la interfaz del software “Tracker” para efectuar la caracterización del comportamiento estructural en función de los desplazamientos.
- El proceso de análisis del video conserva el mismo principio que el usado en la calibración de la mesa vibratoria. Pues se basa en seguir las trayectorias en este caso de cada uno de los entrepisos en base a unos puntos de referencia ubicados en los nodos del modelo y diferenciados por colores. Todo a partir de la barra de calibración que se mencionaba equivalía a  $254\text{ mm} = 10''$

- El objetivo del análisis está en definir tantas trayectorias representadas en masas puntuales como puntos del modelo se quieran analizar (Ilustración 40).

Por ejemplo, para el caso del modelo se evaluaron 5 puntos ubicados en una de las esquinas del modelo, pues ahí se intuye estarán los máximos desplazamientos. Estos puntos se diferencian por el color del distintivo colocado en los nodos del modelo, y la nube de puntos descrita en la Ilustración 40 representa la trayectoria que sigue ese punto durante el rango de tiempo analizado.

Ilustración 40 Definición de puntos de análisis en Tracker



Fuente: Autor

A continuación, se presentan las representaciones graficas arrojadas por Tracker para cada uno de los casos de aceleración evaluados ( $5\text{m/s}^2$ ,  $10\text{m/s}^2$ ,  $15\text{m/s}^2$ ,  $20\text{m/s}^2$ , y  $25\text{m/s}^2$ ).

Ilustración 41 Interfaz Tracker ensayo dinámico 5m/s<sup>2</sup>



Ilustración 42 Interfaz Tracker ensayo dinámico 10m/s<sup>2</sup>

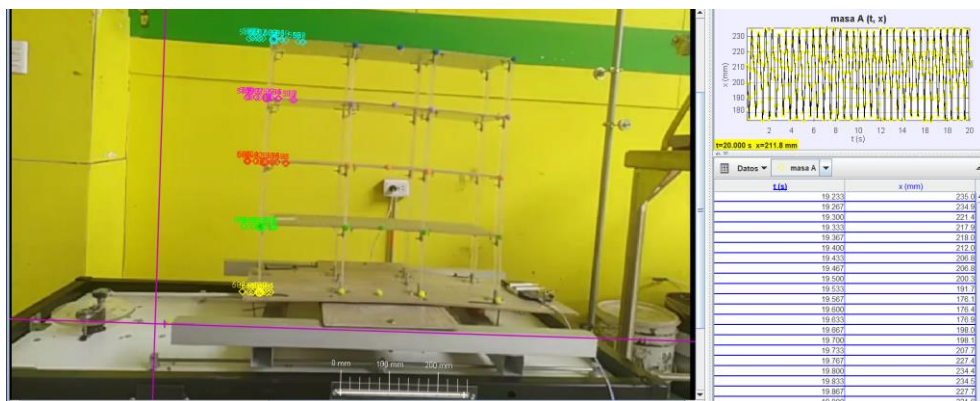


Ilustración 43 Interfaz Tracker ensayo dinámico 15m/s<sup>2</sup>



Ilustración 44 Interfaz Tracker ensayo dinámico 20m/s<sup>2</sup>

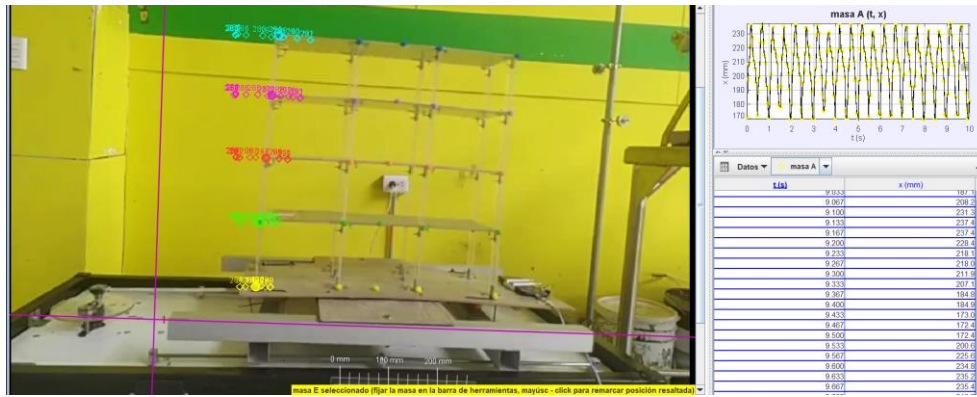
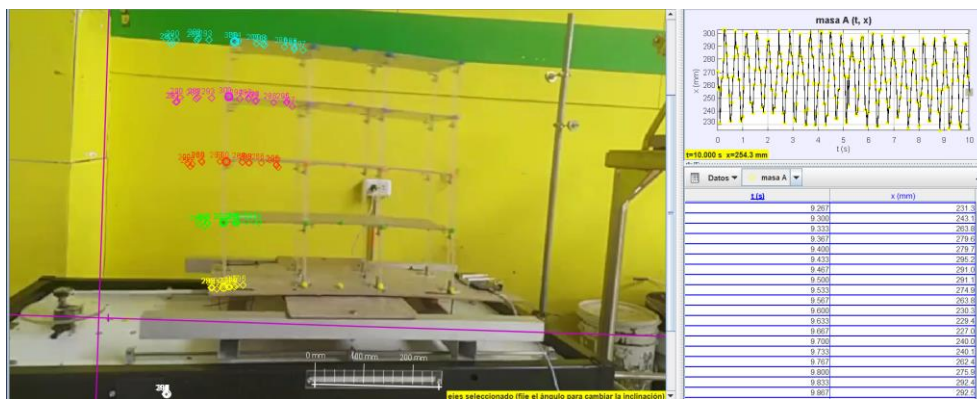


Ilustración 45 Interfaz Tracker ensayo dinámico 25m/s<sup>2</sup>



Fuente: Autor

Es claro que a medida que la excitación armónica es mayor, la nube de puntos que representan los desplazamientos en el plano tiene un rango mayor. Ahora bien, del registro de desplazamientos que arroja el software es posible obtener los desplazamientos máximos del modelo efectuando la corrección por desplazamiento de la plataforma.

Para el caso de este ensayo el pivote del disco se encontraba en su amplitud mínima, es decir 3cm, dicha amplitud es el valor que se debe restar del desplazamiento máximo obtenido en cada entrepiso, de esa manera se obtiene el desplazamiento efectivo del modelo.

El análisis de video se efectúa de manera individual para todos los fotogramas que componen el video. Para este caso el video estaba grabado a 3fps, lo que significa que para los rangos de ensayo de 20 segundos, se tienen 600 datos de posición de los puntos de análisis de cada entrepiso. Por lo anterior las tablas de datos de cada ensayo se presentan como anexos.

De manera que a continuación se presentan la tabla resumen de los datos extraídos del ensayo, y la gráfica de posición del punto de análisis en función del tiempo de ensayo:

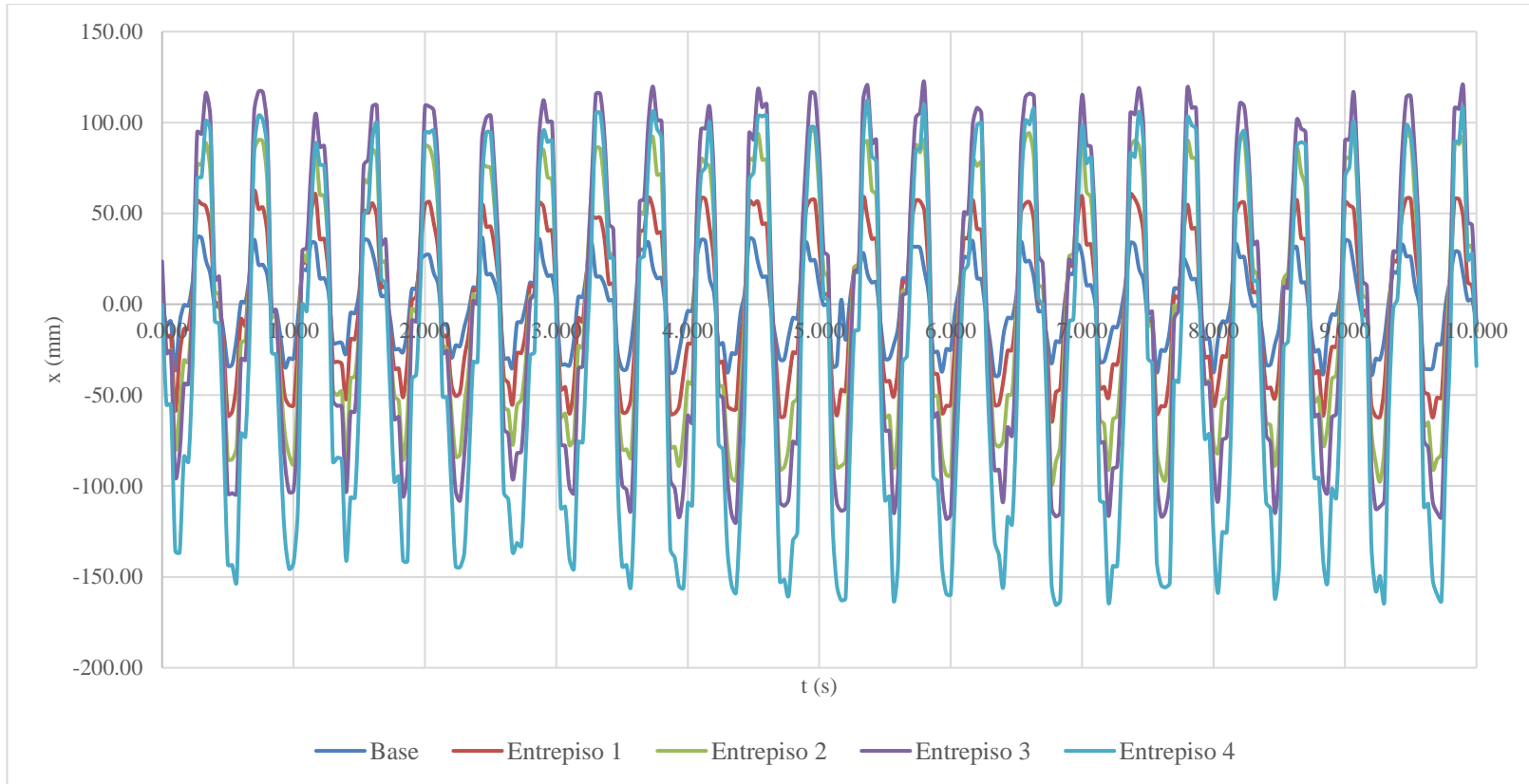
Tabla 4 Desplazamientos máximos de entrepisos en ensayo dinámico

Desplazamientos Máximos					
Caso	Base	Entrepiso 1	Entrepiso 2	Entrepiso 3	Entrepiso 4
5 m/s <sup>2</sup>	0.00 mm	5.67 mm	10.73 mm	12.84 mm	17.62 mm
10 m/s <sup>2</sup>	0.00 mm	4.46 mm	12.26 mm	20.66 mm	46.56 mm
15 m/s <sup>2</sup>	0.00 mm	8.27 mm	19.22 mm	29.81 mm	55.04 mm
20 m/s <sup>2</sup>	0.00 mm	16.08 mm	32.52 mm	46.98 mm	57.15 mm
<b>25 m/s<sup>2</sup></b>	<b>0.00 mm</b>	<b>37.83 mm</b>	<b>68.27 mm</b>	<b>90.39 mm</b>	<b>108.91 mm</b>

Fuente: Autor

Para este punto del análisis de datos se hace evidente como la resonancia generada en el modelo por su modo fundamental de vibración alcanzado a 25 m/s<sup>2</sup> amplifica significativamente los desplazamientos en los entrepisos del modelo, de forma que es pertinente y provechoso efectuar el análisis de estos datos únicamente al ensayo con la amplitud máxima promedio de 25 m/s<sup>2</sup>, pues como se mencionó en el marco teórico el primer modo de vibración de una estructura es usualmente la base para su diseño. Pues bien, en la se evidencia la relación de las posiciones de cada entrepiso en función del tiempo de ensayo para el mencionado modo fundamental de vibración del modelo.

Ilustración 46 Grafico posición vs tiempo para el modo fundamental de vibración del modelo



Fuente: Autor

Contar con los datos de desplazamientos y comportamiento estructural del modelo en su modo fundamental de vibración es uno de los parámetros importantes de este análisis. Sin embargo, también es importante contar con la información de la señal de aceleraciones “sísmica” que generaron esa respuesta en el modelo.

El análisis va más allá de decir que esa respuesta se generó en este caso con una aceleración de  $25 \text{ m/s}^2$ , porque si bien ese fue aproximadamente la amplitud máxima de la señal de aceleración en función del tiempo, la señal siempre va a estar alterada por algo denominado “ruido”, que es la alteración de una señal inicial por la inclusión de mas señales planas originadas por cualquier motivo. Esto sucede no solo en el caso de los ensayos con mesa vibratoria, sino en eventos sísmicos reales.

De manera que para conocer el valor real de aceleración que genero esa respuesta del modelo, y por tanto conocer los valores de periodo y frecuencia de oscilación efectivos, es necesario depurar la señal de aceleraciones del ensayo, descomponiéndola con ayuda de la **transformada de Fourier**.

Pues bien, como se mencionó en 2.2.2.1.1 la transformada de Fourier es una herramienta matemática que permite descomponer una señal en ondas planas, y determinar que frecuencia es la mas representativa de esa señal original. Sin embargo, el concepto implica análisis de números complejos que limita incluso herramientas como Excel. Por lo anterior la programación por código, con herramientas como Python permiten de manera efectiva aplicar la transformada de Fourier y su inversa a una señal de aceleraciones en función del tiempo con grandes cantidades de datos.

En la medida en la que se cuente con los registros de video de cada uno de los ensayos la aplicación “Accelerometer Meter” permite exportar el registro de aceleraciones en función del tiempo de ensayo en un archivo .txt, que luego al ser cargada al código de Python será analizada, depurada y arrojará la señal efectiva de aceleración, así como los valores de frecuencia y periodo de oscilación que generaron la respuesta del modelo en su

modo fundamental de vibración. Sin embargo, al igual que el análisis de desplazamientos con tracker, la cantidad de datos obtenidos de estos parámetros es significativamente alta. Incluso en este caso, la aplicación registra valores de aceleración cada 0.005 segundos, lo que, en un ensayo de 20 segundos, se traduce en una base de datos con alrededor de 4000 datos. Por tanto, estos datos se encuentran en el documento como anexos.

A continuación, se presenta el código generado para aplicar la transformada de Fourier a esa cualquier señal de aceleración. Esto como otra de las herramientas que sustentan esta metodología de análisis estructural de modelos a escala:

```
# TRANSFORMADA DE FOURIER E INVERSA PARA SEÑALES DE ACELERACION
# (MESA VIBRATORIA JDC)
# POR: ANDRES FELIPE CALLEJAS LEIVA

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
plt.style.use('classic')

def main(show_subplot3=True):

    #
    #
    #

    data = np.loadtxt('25ms2.1.txt', skiprows=1) # Cambiar la entrada de datos
del archivo .txt (el .txt debe estar en la misma carpeta del codigo)

    #
    #
    #

    x = data[:, 0]
    y = data[:, 1]

    # TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER
    f = np.fft.fft(y)
    freq = np.fft.fftfreq(len(y), d=x[1] - x[0])

    fig = plt.figure()
```



```
if show_subplot3:
    # Definir la cuadrícula de subplots con 3 filas
    gs = fig.add_gridspec(3, 1, height_ratios=[1, 1, 1])
else:
    # Definir la cuadrícula de subplots con 2 filas
    gs = fig.add_gridspec(2, 1, height_ratios=[1, 1])

ax0 = fig.add_subplot(gs[0])
ax0.plot(x, y, color='black', alpha=0.3)
ax0.plot(x, y, color='purple')
max_tiempo = max(x)
ax0.set_xlim(0, max_tiempo)
ax0.set_ylabel('Aceleración (m/s2)')
ax0.set_xlabel('Tiempo (s)')
max_acel = np.max(np.real(y))
ax0.axhline(y = np.max(np.abs(y)), color='red', linestyle='--', label=f'Max
ax = {max_acel:.2f} m/s2')
ax0.legend()

ax1 = fig.add_subplot(gs[1])
ax1.plot(freq, abs(f)**2)
ax1.set_xlim(0, max(freq)) # 0 , max(freq) para eje X positivo
max_index = np.argmax(np.abs(f))
max_freq = freq[max_index]
ax1.axvline(x=abs(max_freq), color='red', linestyle='--', label=f'Max Freq =
{abs(max_freq):.2f} Hz')
ax1.set_xlabel('Frecuencia (Hz)')
ax1.set_ylabel('Intensidad')
ax1.legend()

# Período correspondiente a la frecuencia máxima
Period = 1 / abs(max_freq)
ax1.axvline(color='white',label=f'Period = {Period:.2f} s')
ax1.legend()

if show_subplot3:
    ax2 = fig.add_subplot(gs[2])
    # Transformada inversa de Fourier para la frecuencia máxima
    inverse_signal = np.fft.ifft(np.where(freq == max_freq, f, 0))
    ax2.plot(x, np.real(inverse_signal), color='green')
```

```
ax2.set_xlabel('Tiempo (s)')
ax2.set_ylabel('Aceleración (Inversa)')
ax2.set_xlim(0, max_tiempo)
max_amplitud = np.max(np.real(inverse_signal))
ax2.axhline(y=max_amplitud, color='red', linestyle='--', label=f'Max
Amp = {max_amplitud:.2f} m/s2')
ax2.legend()

plt.subplots_adjust(hspace=0.4)

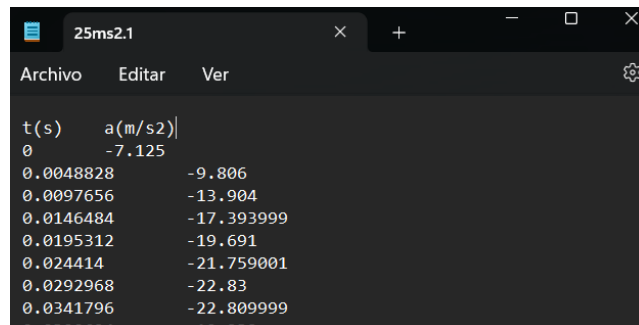
plt.show()

if __name__ == '__main__':
    main(show_subplot3=True) # True para mostrar inversa - False para no
    mostrar

# ANDRES FELIPE CALLEJAS LEIVA
```

Es importante que para el correcto funcionamiento de este código se tenga instalado en el computador tanto **visual studio code**, como **Python**. De manera que al cargar el archivo de texto con la señal de aceleración que en este caso se denomina “‘25ms2.1.txt’”, y cuyo formato se muestra en la Ilustración 47, se obtenga una salida de 3 graficas como las de la

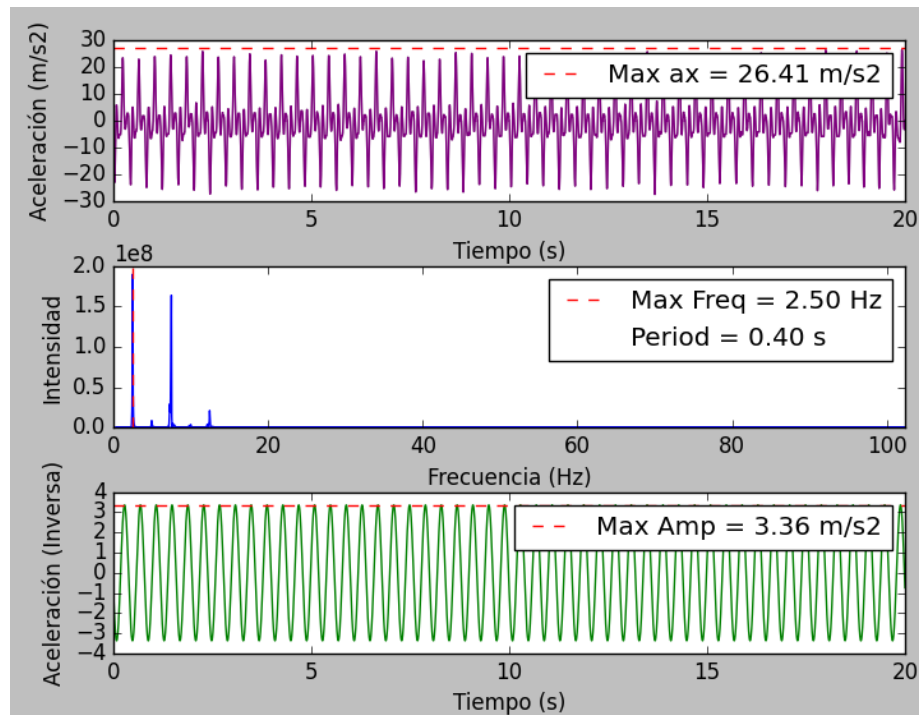
Ilustración 47 Formato de archivo de texto para análisis de Fourier



t (s)	a (m/s <sup>2</sup> )
0	-7.125
0.0048828	-9.806
0.0097656	-13.904
0.0146484	-17.393999
0.0195312	-19.691
0.024414	-21.759001
0.0292968	-22.83
0.0341796	-22.809999
0.0390624	19.272

Fuente: Autor

Ilustración 48 Resultados trasformada de Fourier



Fuente: Autor

Esta salida grafica representa la transformada de Fourier aplicada a la señal aceleración vs tiempo del ensayo al modelo a escala (grafica 1), arroja los valores de frecuencia y periodo de la señal más representativa que compone la señal original. Esto es importante pues determina la frecuencia de oscilación que ocasiono que el modelo alcanzara el modo fundamental de vibración, que en este caso corresponde a una frecuencia de 2.5 oscilaciones por segundo en la plataforma móvil de la mesa, con un periodo de oscilación de 0.4 segundos.

Finalmente, la gráfica 3 representa la onda plana que corresponde a esa frecuencia máxima encontrada en la señal original, y que define una amplitud de 3.36 m/s<sup>2</sup>, y no de 25 m/s<sup>2</sup> como se sugería intuitivamente.

#### 4.6. Validación de la metodología (Modelo ETABS)

En este apartado, se da lugar al punto culminante de la investigación, donde convergen la modelación física y la digital en un análisis comparativo. La fase final de este estudio se concentra en la validación de la metodología desarrollada a lo largo de la investigación, confrontando los resultados obtenidos del modelo físico a escala, construido y sometido a pruebas bajo condiciones controladas, con un modelo digital generado mediante el software de análisis estructural ETABS. Este enfoque de validación permite explorar la coherencia y consistencia de los resultados obtenidos del modelo físico en comparación con las simulaciones digitales.

El modelo digital inicia con la definición de materiales y secciones tipo frame y slab a utilizar en el modelo. Sobre los materiales se puede hacer una puntualidad, y es que al ser el acrílico un material altamente flexible, al ensayarlo a flexión para obtener su módulo de elasticidad, la condición de viga simplemente apoyada con carga puntual en  $L/2$  no fue posible de generar, como se evidencia en la Ilustración 49, con lo que el resultado del módulo no fue acertado, y los valores tanto de ese módulo como de la densidad del material fueron tomados de la ficha técnica del material (Ilustración 50).

Ilustración 49 Ensayo de flexión al material



Fuente: Autor

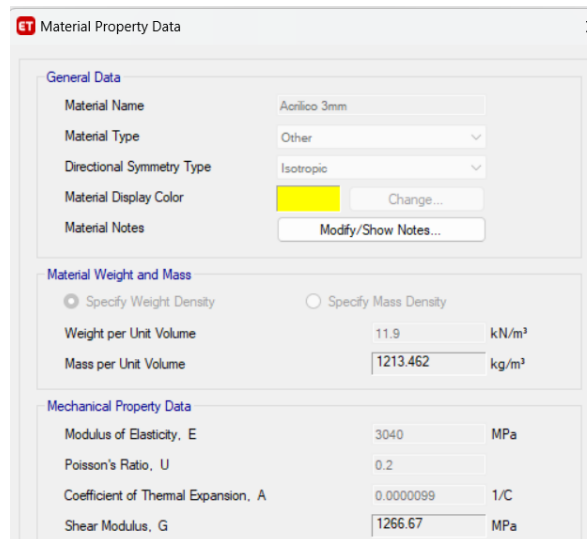
### Ilustración 50 Propiedades físicas del material

Propiedad	Valor típico (1)	Tipo de test
Peso específico g / cm <sup>3</sup>	1.19	1.19 ASTM D792
<b>ÓPTICAS</b>		
Índice de refracción óptico	1.49	ASTM D542
Opacidad (%)	2.0 MAX.	ASTM D1003
Transmisión de la luz (%)		
hasta 5 mm de espesor	92	ASTM 1003
hasta 12 mm de espesor	90	ASTM 1003
<b>Mecánicas</b>		
Resistencia a la tracción (kg/cm <sup>2</sup> )	700	ASTM D638
Elongación hasta ruptura (%)	3	ASTM D638
Módulo de elasticidad (kg/cm <sup>2</sup> )	31000	ASTM D638

Fuente: vicalsa.com

De manera que la entrada de propiedades del material a ETABS se hizo como se muestra a continuación:

### Ilustración 51 Material en ETABS



**Material Property Data**

**General Data**

Material Name: Acrylic 3mm

Material Type: Other

Directional Symmetry Type: Isotropic

Material Display Color:  Change...

Material Notes: Modify/Show Notes...

**Material Weight and Mass**

Specify Weight Density  Specify Mass Density

Weight per Unit Volume: 11.9 kN/m<sup>3</sup>

Mass per Unit Volume: 1213.462 kg/m<sup>3</sup>

**Mechanical Property Data**

Modulus of Elasticity, E: 3040 MPa

Poisson's Ratio, U: 0.2

Coefficient of Thermal Expansion, A: 0.0000099 1/C

Shear Modulus, G: 1266.67 MPa

Fuente: Autor

Respecto al elemento tipo slab, si bien el espesor del acrílico es de 3mm, en el modelo físico este está adherido a los ángulos metálicos que añaden tanto rigidez como área de contacto con las columnas, por tanto, el estimado de 25 mm que es el espesor del acrílico más el ángulo, se modeló en el software para idealizar las condiciones en lo posible a las del modelo físico que representan los diafragmas rígidos.

Ilustración 52 Propiedades secciones tipo slab

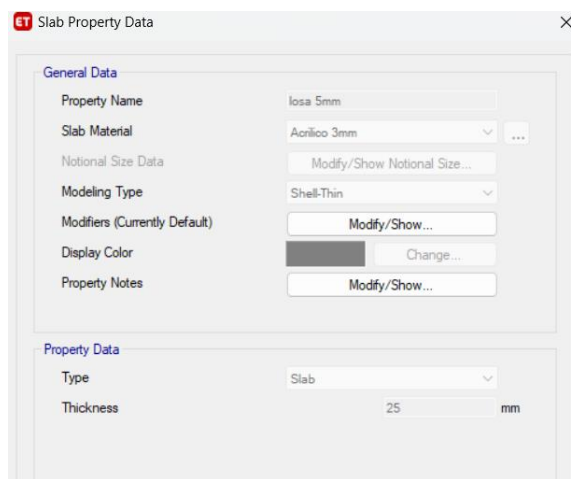
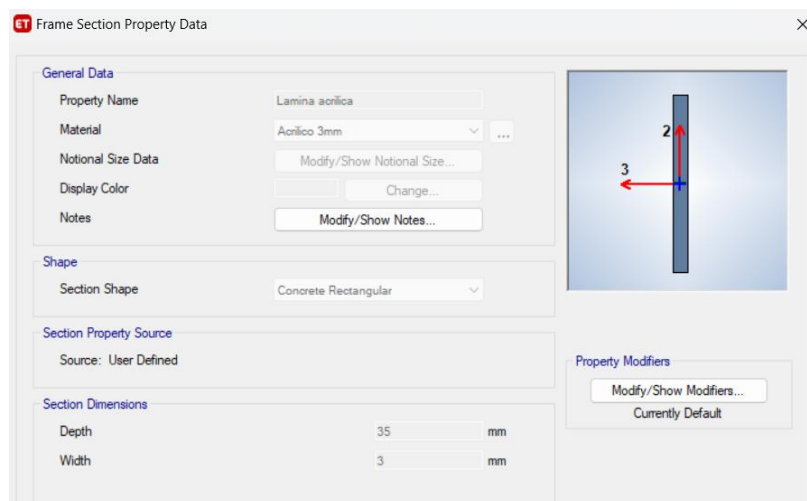


Ilustración 53 Propiedades secciones tipo frame



Fuente: Autor

El modelo en su vista en planta como tridimensional, así como las condiciones de carga modal se ilustran a continuación:

Ilustración 54 Modelo en ETABS

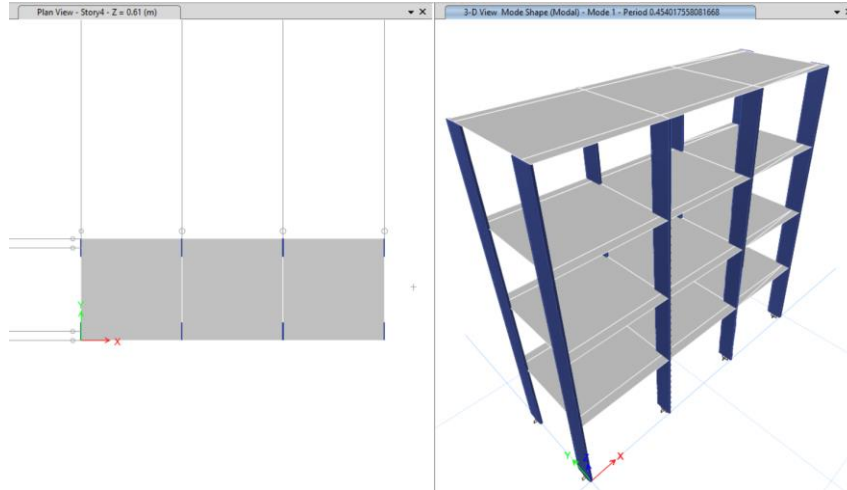
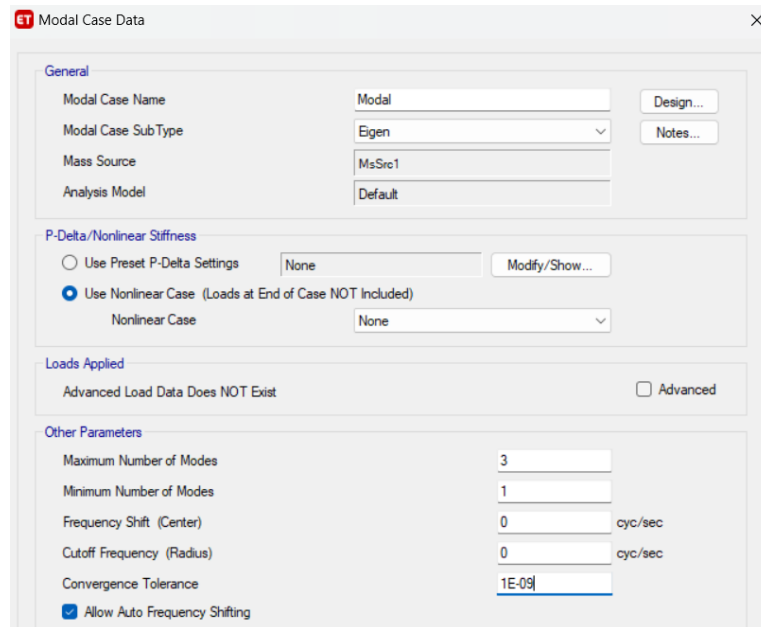


Ilustración 55 Modal Case de carga al modelo

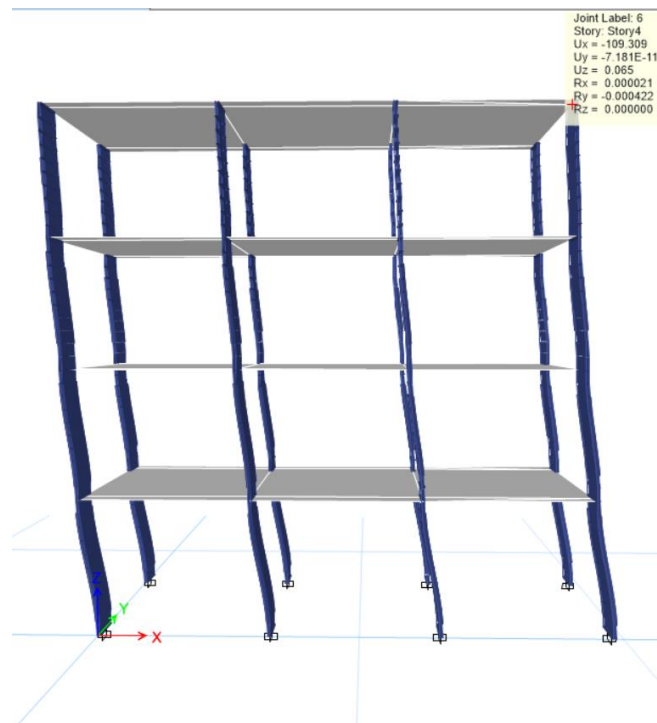


Fuente: Autor

Lo anterior es suficiente para obtener la respuesta estructural del modelo cuando alcanza el modo fundamental de vibración. Entendiendo que se modelaron condiciones similares al modelo físico como los apoyos empotrados en la dirección de análisis, y que las cargas de peso propio son analizadas de manera automática por el software al suministrarle las propiedades de masa por unidad de volumen de los materiales que componen el modelo.

Pues bien, al ejecutar el análisis del software se obtuvo el modelo deformado mostrado en la Ilustración 56. De este análisis por software se obtuvieron los desplazamientos máximos de los diafragmas de cada entrepiso, así como la respuesta modal de la estructura en términos de periodo y frecuencia de ese primer modo de vibración, además del valor de porcentaje de masa modal que según A.5.4.2 de NSR10 debe ser mayor al 90% para que el modo de vibración analizado sea categorizado como representativo (Ilustración 57) :

Ilustración 56 Modelo deformado en primer modo de vibración



Fuente: Autor

Ilustración 57 Respuesta modal del modelo

Modal Periods And Frequencies

File Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Hidden Columns: No Sort: None Modal Periods And Frequencies

Filter: None

Case	Mode	Period sec	Frequency cyc/sec	CircFreq rad/sec	Eigenvalue rad <sup>2</sup> /sec <sup>2</sup>
Modal	1	0.453	2.209	13.8809	192.6794

Modal Participating Mass Ratios

File Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Hidden Columns: No Sort: None Modal Participating Mass Ratios

Filter: None

Case	Mode	Period sec	UX	UY	UZ	SumUX	SumUY	SumUZ	RX
Modal	1	0.453	0.9127	0	0	0.9127	0	0	0

Ilustración 58 Desplazamientos de los diafragmas del modelo ante Modal Case

Diaphragm Center Of Mass Displacements

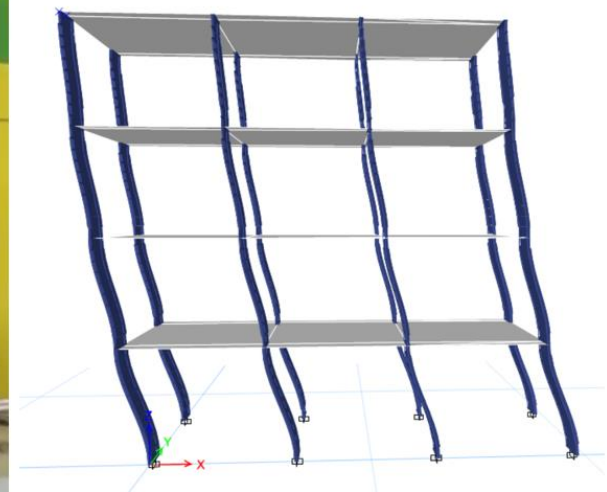
File Edit Format-Filter-Sort Select Options

Units: As Noted Hidden Columns: No Sort: None Diaphragm Center Of Mass Displacements

Filter: ([Step Number] = 1)

Story	Diaphragm	Output Case	Case Type	Step Type	Step Number	UX mm	UY mm	RZ rad	Point
Story4	D4	Modal	LinModEigen	Mode	1	-109.309	0	0	1
Story3	D3	Modal	LinModEigen	Mode	1	-97.354	0	0	2
Story2	D2	Modal	LinModEigen	Mode	1	-74.578	0	0	3
Story1	D1	Modal	LinModEigen	Mode	1	-43.515	0	0	4

Ilustración 59 Comparativa Modelo físico – Modelo Etabs



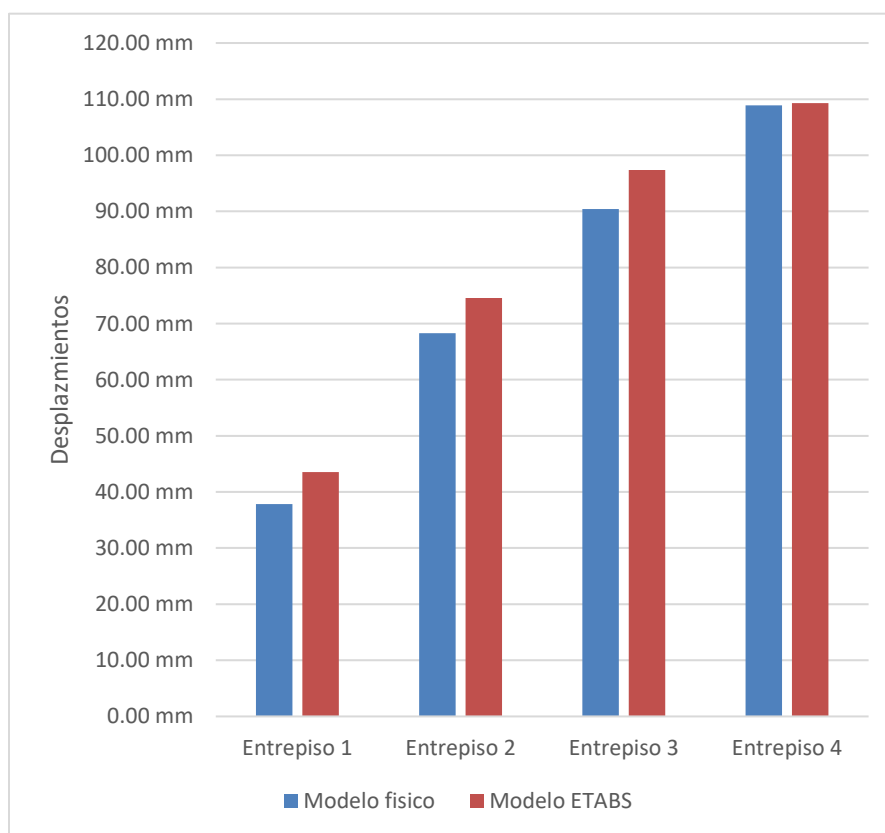
Fuente: Autor

## 5. Capítulo V. Análisis de resultados

Tabla 5 Comparación de resultados modelo físico y modelo Etabs

		Modelo físico	Modelo ETABS	Variación
Desplazamientos	Entrepiso 1	37.83 mm	43.52 mm	13%
	Entrepiso 2	68.27 mm	74.58 mm	8%
	Entrepiso 3	90.39 mm	97.35 mm	7%
	Entrepiso 4	108.91 mm	109.31 mm	0%
Modal Case 1	Periodo	0.40 s	0.45 s	12%
	Frecuencia	2.50 Hz	2.20 Hz	13%

Ilustración 60 Comparación de resultados modelo físico y modelo Etabs



Fuente: Autor

Lo que la Tabla 5 y la Ilustración 60 exponen es el compilado de resultados de las dos metodologías de análisis de modelos a escala. De esto es posible observar que en general, los desplazamientos en el modelo ETABS tienden a ser ligeramente mayores que en el modelo físico en todos los entrepisos.

En cuanto a las propiedades modales, el período y la frecuencia difieren entre el modelo físico y el modelo ETABS. Siendo el período y la frecuencia, en el modelo ETABS ligeramente mayor que en el modelo físico.

Sin embargo, es cuanto menos interesante observar porcentajes de variación cercanos al 10% entre las 2 metodologías teniendo en cuenta que la metodología empleada para el análisis de modelos físicos buscaba principalmente ser una metodología intuitiva y eficiente, que empleara instrumentación y conceptos accesibles.

En la Ilustración 45 Interfaz Tracker ensayo dinámico 25m/s<sup>2</sup>) la nube de puntos descrita por la trayectoria de los entrepisos del modelo constituye de forma clara la idealización planteada por Anil Chopra en la Ilustración 12 Sistema de múltiples grados de libertad). Pues se evidencia la representación gráfica de las trayectorias de cada entrepiso de la estructura cuando a diferencia de los otros ensayos, esta encuentra su modo fundamental de vibración, lo cual plasmado en la Tabla 4 se traduce en la amplificación representativa de los desplazamientos respecto a los valores obtenidos de la respuesta del modelo en los ensayos con aceleraciones armónicas menores.

Otro de los puntos importantes del análisis, es la depuración de la señal de aceleración del modelo real por medio de la transformada de Fourier, pues se logró observar que la amplitud en m/s<sup>2</sup> de la señal plana que actúa efectivamente sobre el modelo se encuentra entre el 10 y el 15% de la amplitud máxima registrada en la señal original del ensayo. Lo anterior fue determinado en base a la descomposición de las señales de los demás ensayos, es decir los ensayos con picos de aceleraciones de 5m/s<sup>2</sup>, 10 m/s<sup>2</sup>, 15 m/s<sup>2</sup>, y 20 m/s<sup>2</sup>, que por su relevancia no fueron dispuestos en la sección de resultados, sin embargo, estos registros se encuentran consignados en el apéndice a modo de anexo.

## 6. Capítulo VI. Conclusiones

En base a los objetivos planteados, la hipótesis y la pregunta de investigación, los ensayos realizados y los resultados obtenidos, permiten concluir que:

La metodología propuesta para el análisis de modelos a escala demostró ser adecuada y eficiente para evaluar el comportamiento estructural de edificios ante cargas sísmicas. Los ensayos realizados en modelos a escala permitieron replicar de manera satisfactoria las condiciones de carga horizontal externa, lo que contribuyó significativamente a la comprensión del comportamiento estructural.

Aspectos como la gran disposición de datos en los resultados tanto de desplazamientos como en el registro de aceleraciones, contribuyen representativamente a que el margen de error no sea especialmente significativo, pues la metodología de análisis de video al analizar cada uno de los fotogramas disponibles del video del ensayo, hacen que la caracterización del comportamiento estructural del modelo sea lo más rigurosa y detallada posible.

El uso de herramientas de programación como Python para la aplicación de la transformada de Fourier, amplía la capacidad de análisis de la metodología, pues como se mencionó en la sección correspondiente, incluso herramientas potentes como Excel se ven limitadas a un número determinado de datos (4096) para ejecutar el análisis. Sin embargo, con el código generado en este proyecto fue posible analizar la señal de todos los ensayos en conjunto que duraba alrededor de 170 segundos, es decir, el código es capaz de analizar más de 36000 parejas de datos tiempo vs aceleración. Lo que demuestra la versatilidad de la metodología de análisis de datos, confirmada con la cercanía encontrada entre las propiedades modales del modelo físico y el modelo en Etabs.

En términos generales las herramientas informáticas y la instrumentación empleada para la metodología de análisis cumplen de manera exitosa con el propósito general del proyecto, que es generar de manera **eficiente** los procedimientos de ensayo y análisis para la comprensión de la dinámica estructural desde un ámbito intuitivo y didáctico cuanto menos.

De manera que en base al funcionamiento de la mesa vibratoria y a la metodología planteada se configura una alternativa de generación y afianzamiento de conocimientos en el ámbito local del entorno del proyecto, entendiendo que es una metodología que plasma conceptos similares a los del método de análisis dinámico cronológico establecidos en NSR10 en A.5.5.

## 7. Capítulo VII. Recomendaciones

Respecto a la mesa vibratoria, esta presenta un funcionamiento adecuado y funcional para el objeto de la simulación de cargas dinámicas, sin embargo, es importante puntualizar ciertos aspectos para que la operación del prototipo sea óptima:

- A medida que el pivote del disco manivela se encuentre más alejado del eje de rotación es recomendable que el movimiento de la plataforma móvil sea relativamente lento, pues de lo contrario los modelos a escala que se estén ensayando pueden sufrir daños importantes, o incluso el mismo mecanismo de la mesa podría verse afectado.

Se recomienda realizar una investigación acerca de la correspondencia entre las frecuencias generadas en la mesa de pruebas y las frecuencias reales que se manifiestan en situaciones reales, a fin de garantizar la precisión y representatividad de los resultados obtenidos en entornos de laboratorio para su aplicabilidad en situaciones sísmicas reales

En lo que a la metodología de ensayo y análisis respecta, es recomendable que el montaje tanto del dispositivo acelerómetro como el de la cámara se conecten por USB para evitar distorsión (delay) entre los dos registros.

Además, es recomendable que los intervalos de ensayos no superen los 20 segundos, pues si el video está grabado a 30 fotogramas por segundo, el análisis de más de 600 parejas de datos puede consumir innecesariamente recursos computacionales.

Es recomendable no filtrar los videos por ningún programa de edición pues puede alterar el flujo de fotogramas y a su vez cambiar el análisis de video en Tracker.

## 8. Lista de referencias

- Bobadilla, J., Gómez, P., & Bernal, J. (n.d.). *LA TRANSFORMADA DE FOURIER. UNA VISIÓN PEDAGÓGICA*.
- Candeias, P., Campos, A., & Coelho, E. (2004). *SHAKING TABLE TESTS OF 1:3 REDUCED SCALE MODELS OF FOUR STORY UNREINFORCED MASONRY BUILDINGS*.
- Cárdenas, C., Sandoval, C., & Gómez, J. (2018). IMPLEMENTACIÓN DE UNA MESA VIBRATORIA TRIAXIAL NEUMÁTICA PARA EL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS Y EL MOVIMIENTO SÍSMICO. *REVISTA COLOMBIANA DE TECNOLOGIAS DE AVANZADA (RCTA)*, 2(32).  
<https://doi.org/10.24054/16927257.v32.n32.2018.3032>
- Cárdenas Hernández, C., & Cepeda Isidro, F. (2016). *PROTOTIPO A ESCALA DE UN MODELO DE RESONANCIA EN EDIFICACIONES PARA EL LABORATORIO DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE COLOMBIA*.
- Carrillo, J., & Alcocer, S. M. (2012). Seismic performance of concrete walls for housing subjected to shaking table excitations. *Engineering Structures*, 41, 98–107.  
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.03.025>
- Chopra, A. (2014). *Dinámica de estructuras (Cuarta edición)*.
- Ding, X., Zhang, Y., Wu, Q., Chen, Z., & Wang, C. (2021). Shaking table tests on the seismic responses of underground structures in coral sand. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 109, 103775.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.tust.2020.103775>

- Ghezelbash, A., Beyer, K., Dolatshahi, K. M., & Yekrangnia, M. (2020). Shake table test of a masonry building retrofitted with shotcrete. *Engineering Structures*, 219. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110912>
- Gómez, V., López, C., & Ruiz, D. (2016). Rehabilitación sísmica de edificaciones históricas en tapia pisada: Estudio de caso de capillas doctrineras reforzadas con malla de acero y madera de confinamiento. *Informes de La Construcción*, 68(541). <https://doi.org/10.3989/ic.15.017>
- González Pinzón, A. L. (2014). La historia no contada del primer código de construcción en Colombia – 30 años. *Revista de Ingeniería*, 40, 82–84.
- Harris, H. G., & Sabnis, G. M. (1999). *Structural modeling and experimental techniques*. CRC Press.
- Illidge Cohen, Y. T. (2019). *Análisis Sistemático de Literatura Acerca de la Evaluación Del Comportamiento Dinámico de Estructuras Mediante la Experimentación en Mesas Vibratorias de Modelos a Escala Reducida*.
- Juárez Ocampo, H. G., Rodríguez, M. E., & Gómez Flores, F. (2021). ENSAYES SÍSMICOS EN MESA VIBRADORA DE UN EDIFICIO MINIATURA DE 5 NIVELES CON AISLADORES DE BASE. *Revista de Ingeniería Sísmica*, 105, 1–30. <https://doi.org/10.18867/ris.105.559>
- Kitada, Y., Kinoshita, M., Kubo, T., Seo, K., & Konno, T. (2000). THE TEST METHODOLOGY TO EVALUATE ULTIMATE EARTHQUAKE RESPONSE OF AN NPP BUILDING USING EARTHQUAKE GROUND MOTION BY BLASTING. *Proc. 12th World Conf. on Earthquake Engineering, Auckland*,.
- Muñoz Días, E., Núñez Moreno, F., & Otalora Sanchez, C. (2007). *PROTOTIPO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA INGENIERÍA ESTRUCTURAL*. 17(1), 99–111. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44170519007>

OKUMURA TABOADA, V. L., & URIOL CARRANZA, L. E. (2018). *ENSAYO DE PÓRTICO A ESCALA EN UNA MESA VIBRATORIA DE UN GRADO DE LIBERTAD*.

Osorio Chong, M. Á., Puente Espinosa, L. F., & Valdés González, C. (2014). *Sismos*. Centro Nacional de Prevención de Desastres. [www.cenapred.gob.mx](http://www.cenapred.gob.mx)

Parra, J. N., & Gomez, S. (n.d.). *INTRODUCCIÓN PARA ENSEÑAR EL CONCEPTO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA, MECANISMO BIELA-MANIVELA*.

Reynoso, A. B. (n.d.). *FILOSOFÍA DE LA INGENIERÍA ESTRUCTURAL UNA APROXIMACIÓN*.

Ruiz Valencia, D. M. (2023, August 17). *Conferencia “Rehabilitación sísmica de edificaciones históricas en tierra” (Jornadas XX Geotécnicas y XXIII Estructurales)*. <https://youtu.be/nb7GCnw0BBY?t=28842>

Taboada, A., Dimaté, C., & Fuenzalida, A. (1998). Sismotectónica de Colombia: deformación continental activa y subducción. *Física de La Tierra*, *10*, 111–147.

Universidad de los Andes. (n.d.). *Modelos Estructurales*. <https://Laboratoriointegrado.Uniandes.Edu.Co/Laboratorio-Ingenieria-Civil/78-Laboratorio-Ingenieria-Civil/77-Modelos-Estructurales>.

White, P. G. (2010). *Introducción al Análisis de Vibraciones*. [www.AzimaDLI.com](http://www.AzimaDLI.com)

Williams, M., & Blakeborough, A. (2001). Laboratory testing of structures under dynamic loads: An introductory review. *Philosophical Transactions of The Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, *359*, 1651–1669. <https://doi.org/10.1098/rsta.2001.0860>

Yano, A. (1988). Vibration Test of A Model of Nuclear Power Plant using A Large Shaking Table (Part 2 BWR 1/12 Scale Model). *Proc., 9th WCEE*, 735–740.

Yeats, R. S. (2004). *LIVING WITH EARTHQUAKES IN THE PACIFIC NORTHWEST*.  
<https://LibreTexts.org>

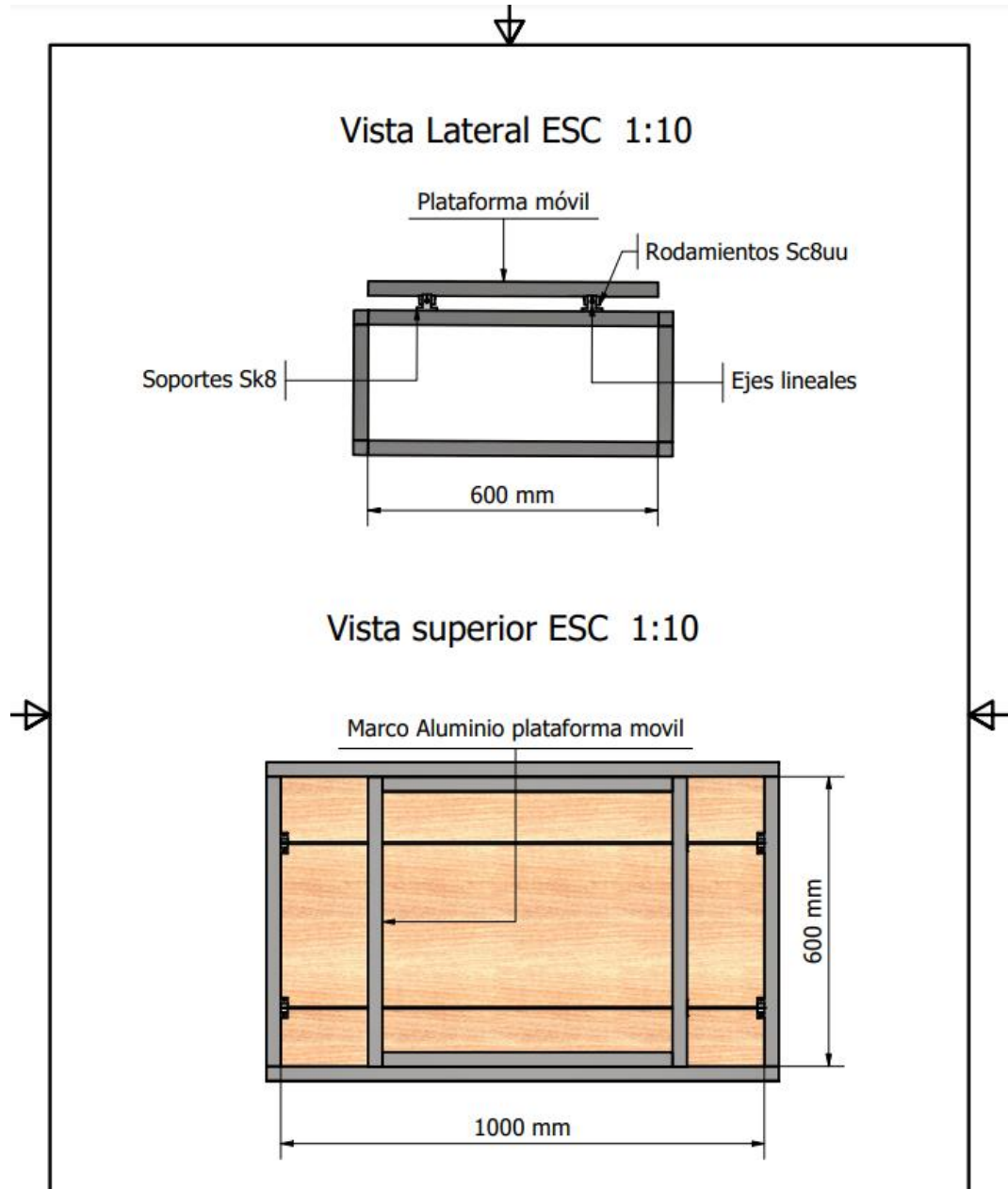
YT: 3Blue1Brown. (2020). *¿Qué es la Transformada de Fourier? Una introducción visual*.  
<https://youtu.be/H4PTucW3Rm0?List=PLASHBgSuam0UhVUcoLtLaQyPj4RtDWJ8Q>.

YT: QuantumFracture. (2015). *Cómo Entender Cualquier Vibración*.  
<https://youtu.be/UdMRgTF6IxY?List=PLASHBgSuam0UhVUcoLtLaQyPj4RtDWJ8Q>.

YT: TEDI LatAm. (2022). *Modos de Vibración de Varios Grados de Libertad*.  
<https://youtu.be/TIK4-3NbJJ0?List=PLASHBgSuam0UhVUcoLtLaQyPj4RtDWJ8Q>.

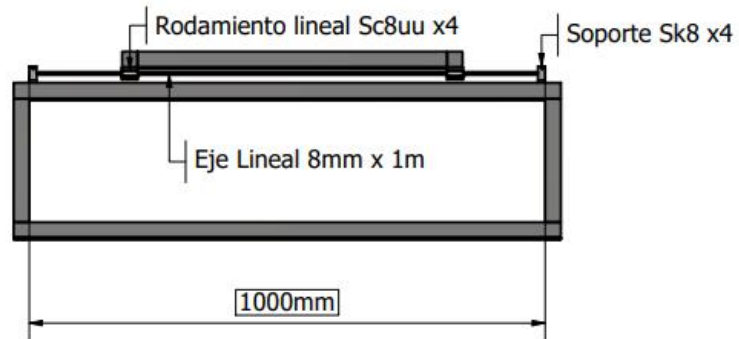
## 9. Apéndice

Planos mesa vibratoria exportados de autodesk inventor 2021

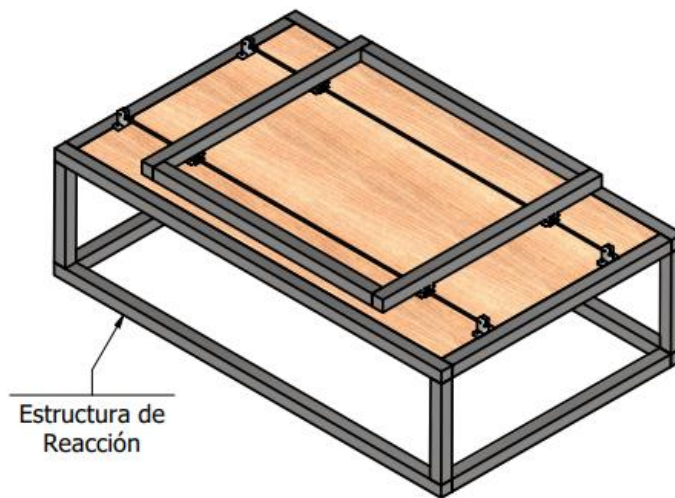




Vista Frontal ESC 1:10

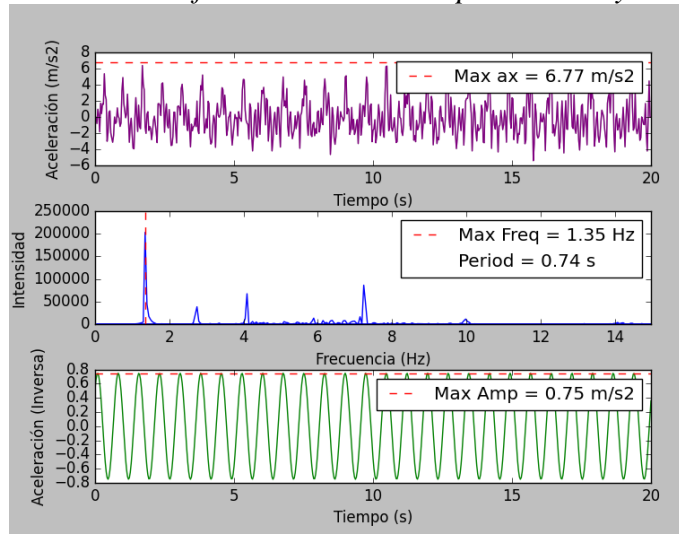


Isometrico ESC 1:10

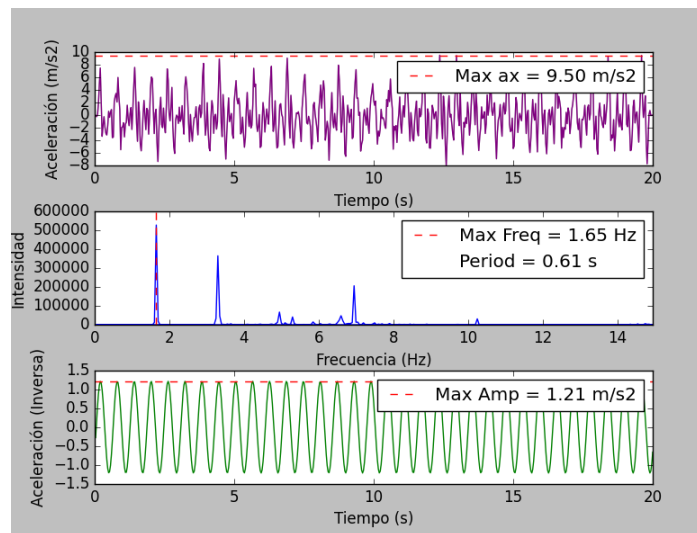


Los registros de aceleraciones para los ensayos a  $5\text{m/s}^2$ ,  $10\text{m/s}^2$ ,  $15\text{m/s}^2$ , y  $20\text{m/s}^2$ , se encuentran en: [https://drive.google.com/drive/folders/1g5Ktk0w-goxB9yd\\_SQ1XdrIy2l5jZ22v?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1g5Ktk0w-goxB9yd_SQ1XdrIy2l5jZ22v?usp=sharing)

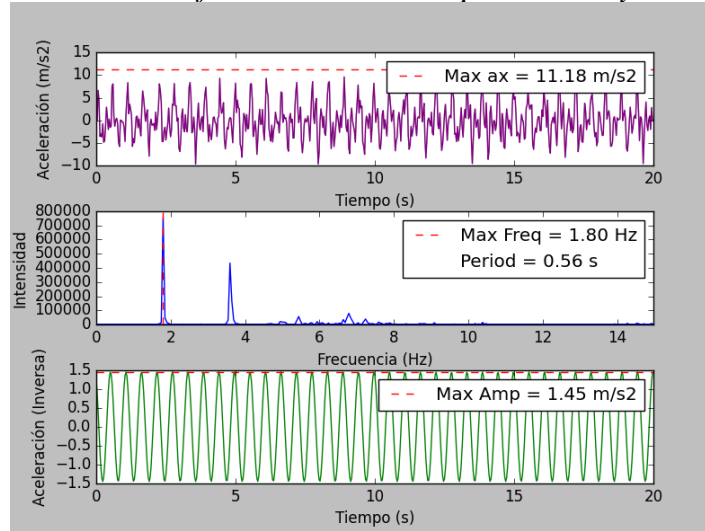
*Ilustración 61 Transformada de Fourier para el ensayo a  $5\text{m/s}^2$*



*Ilustración 62 Transformada de Fourier para el ensayo a  $10\text{m/s}^2$*



*Ilustración 63 Transformada de Fourier para el ensayo a 15m/s<sup>2</sup>*



*Ilustración 64 Transformada de Fourier para el ensayo a 20m/s<sup>2</sup>*

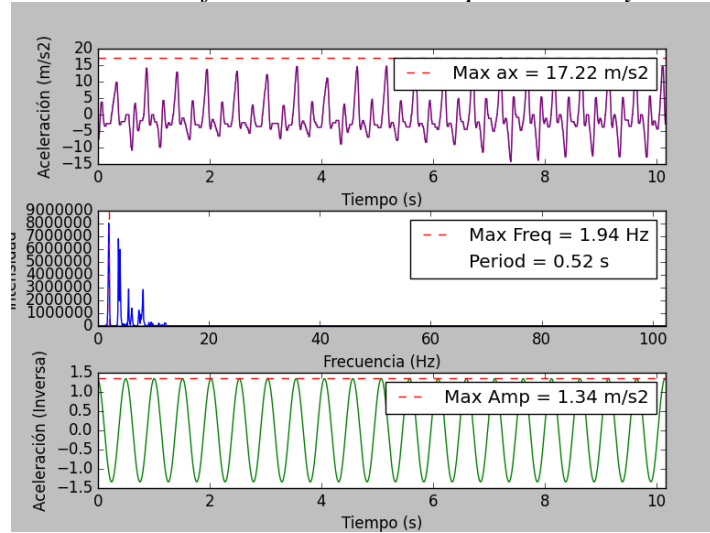
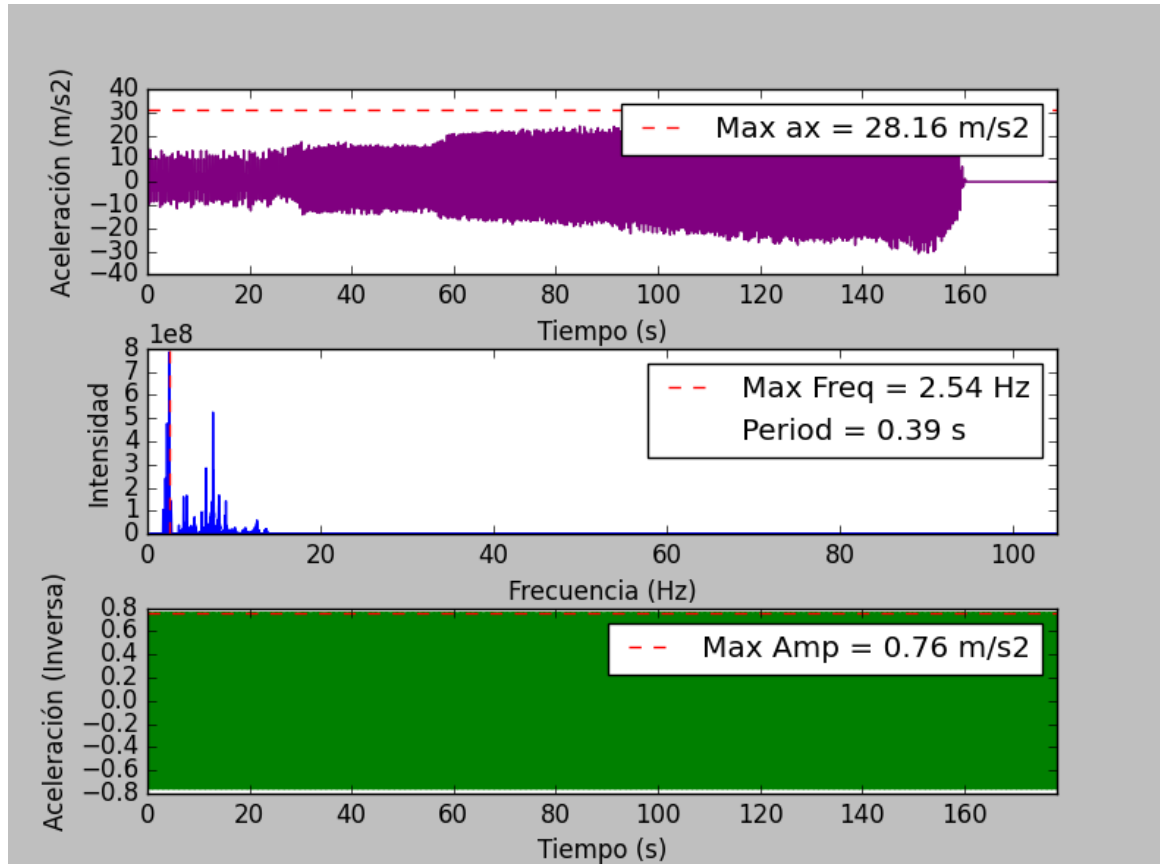


Ilustración 65 Transformada de Fourier para la señal de todo el ensayo dinámico



Los registros de desplazamientos para los ensayos a  $5\text{m/s}^2$ ,  $10\text{m/s}^2$ ,  $15\text{m/s}^2$ , y  $20\text{m/s}^2$ , se encuentran en: [https://drive.google.com/drive/folders/1FN-RKtC9qBil-Jypfju\\_DPFmGKoub4Og?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1FN-RKtC9qBil-Jypfju_DPFmGKoub4Og?usp=sharing)

Tabla 6 Valores desplazamientos ensayo  $25\text{m/s}^2$

Desplazamientos ( $25\text{m/s}^2$ aprox.)					
	Base	Entrepiso 1	Entrepiso 2	Entrepiso 3	Entrepiso 4
Desp. Max.	0.00 mm	37.83 mm	68.27 mm	90.39 mm	108.91 mm
t (s)	x (mm)	x (mm)	x (mm)	x (mm)	x (mm)
0.000	1.88	6.64	14.34	23.61	-0.09
0.033	-11.63	-18.03	-25.98	-26.94	-55.32
0.067	-9.45	-17.45	-25.51	-25.95	-55.28
0.100	-36.44	-58.66	-79.39	-94.25	-135.67
0.133	-10.18	-27.87	-57.24	-81.92	-136.57
0.167	-0.49	-13.48	-30.77	-43.80	-83.75
0.200	-0.58	-13.48	-31.85	-43.86	-86.65
0.233	13.13	10.05	7.43	5.06	-29.21
0.267	36.69	56.72	76.98	94.70	69.08
0.300	36.55	55.18	76.40	93.61	69.96
0.333	24.14	53.64	88.82	116.38	101.07
0.367	16.52	41.89	72.95	102.94	95.43
0.400	-1.00	1.37	7.28	13.37	-8.94
0.433	-0.90	0.34	5.47	15.30	-10.70
0.467	-14.91	-22.77	-33.27	-37.98	-70.54
0.500	-33.73	-61.13	-85.16	-104.15	-143.21
0.533	-32.99	-59.00	-85.32	-103.84	-143.38
0.567	-18.74	-43.08	-78.14	-104.47	-152.79
0.600	1.08	-8.25	-21.10	-30.24	-71.21
0.633	1.25	-11.84	-20.03	-30.70	-73.01
0.667	16.43	18.15	19.89	18.03	-14.89
0.700	35.48	61.52	83.97	105.38	84.55
0.733	21.86	52.38	90.39	117.01	103.62
0.767	21.77	53.22	89.45	116.56	101.21
0.800	15.94	38.99	66.66	95.92	84.48
0.833	-3.10	-4.63	-7.15	-3.51	-26.27
0.867	-3.04	-6.48	-4.48	-3.56	-27.73
0.900	-17.66	-29.60	-41.85	-53.05	-81.53
0.933	-34.58	-50.52	-70.99	-86.82	-127.26



0.967	-29.69	-55.49	-83.01	-103.30	-145.65
1.000	-29.80	-55.54	-87.80	-102.60	-142.21
1.033	-7.39	-21.43	-44.86	-65.28	-111.28
1.067	18.74	21.98	26.91	29.27	-0.10
1.100	18.75	23.39	23.45	30.91	-3.86
1.133	33.64	49.20	63.92	74.26	49.16
1.167	33.36	60.55	85.23	104.79	88.07
1.200	14.37	35.94	60.40	86.45	76.76
1.233	14.41	35.98	59.48	86.98	75.87
1.267	6.19	15.56	28.88	40.93	20.92
1.300	-21.16	-31.33	-47.10	-52.71	-86.67
1.333	-21.25	-31.58	-50.03	-55.97	-84.33
1.367	-21.34	-32.97	-48.10	-56.42	-85.85
1.400	-27.05	-52.25	-85.27	-103.40	-141.00
1.433	-4.86	-19.33	-41.28	-59.36	-106.34
1.467	-4.97	-19.28	-39.54	-59.01	-106.33
1.500	7.32	1.72	-10.92	-13.17	-48.92
1.533	35.31	51.30	68.26	76.18	48.37
1.567	35.19	50.19	66.69	79.35	51.99
1.600	28.72	55.63	85.20	108.88	90.88
1.633	17.81	47.74	80.35	109.35	99.24
1.667	4.69	9.51	23.62	32.89	14.40
1.700	4.44	10.34	23.55	35.71	11.54
1.733	-7.12	-12.42	-18.76	-16.75	-44.64
1.767	-24.42	-35.41	-50.22	-63.23	-97.58
1.800	-24.51	-35.33	-53.41	-62.15	-94.71
1.833	-26.30	-51.20	-85.64	-105.68	-141.01
1.867	-13.84	-30.81	-61.03	-91.09	-141.27
1.900	8.30	1.89	-2.54	-9.00	-41.60
1.933	8.45	4.13	-3.98	-9.55	-38.77
1.967	24.13	32.00	39.53	39.60	13.19
2.000	26.87	54.42	87.13	109.13	94.36
2.033	26.97	56.31	86.31	108.79	94.35
2.067	17.07	44.58	77.50	106.47	95.43
2.100	10.96	29.35	50.08	73.88	58.67
2.133	-11.00	-17.27	-21.80	-26.90	-50.59
2.167	-11.03	-17.19	-24.56	-25.50	-51.11
2.200	-29.21	-43.67	-57.81	-68.15	-99.74
2.233	-22.61	-50.50	-83.68	-102.65	-144.10
2.267	-23.00	-48.31	-82.40	-107.91	-144.67



2.300	-12.16	-29.37	-55.22	-82.09	-136.08
2.333	-3.17	-15.78	-34.83	-47.78	-86.76
2.367	9.34	7.91	5.45	1.86	-31.67
2.400	9.21	7.85	2.59	0.36	-31.66
2.433	36.80	53.69	76.71	90.26	65.71
2.467	16.78	42.64	75.69	102.68	94.46
2.500	16.78	42.62	74.78	103.72	94.08
2.533	11.24	28.83	49.15	67.77	53.47
2.567	0.72	6.02	15.73	17.70	-3.19
2.600	-29.61	-40.02	-56.46	-68.10	-103.45
2.633	-29.59	-43.15	-58.17	-71.20	-107.03
2.667	-34.80	-55.01	-77.43	-96.35	-136.38
2.700	-10.30	-27.04	-55.75	-81.96	-131.32
2.733	-9.89	-26.79	-52.22	-80.90	-132.94
2.767	-0.40	-14.62	-31.51	-44.54	-82.65
2.800	11.95	10.47	4.50	2.09	-28.06
2.833	11.71	10.01	4.62	6.80	-26.15
2.867	35.82	55.70	76.22	90.16	68.35
2.900	23.18	54.01	85.20	112.17	95.20
2.933	15.59	40.50	69.83	100.21	89.18
2.967	15.60	40.43	68.12	100.13	90.02
3.000	-0.75	1.33	11.33	13.14	-11.63
3.033	-32.76	-46.88	-61.98	-76.80	-112.13
3.067	-32.91	-45.45	-60.07	-77.77	-111.21
3.100	-33.59	-60.26	-77.69	-100.94	-140.37
3.133	-19.52	-43.83	-73.33	-103.87	-145.39
3.167	3.95	-7.66	-22.97	-35.49	-75.86
3.200	4.01	-9.71	-23.85	-34.15	-75.95
3.233	19.25	19.58	20.10	13.59	-20.80
3.267	34.13	47.93	62.73	64.64	33.99
3.300	15.64	47.32	85.72	115.53	105.05
3.333	15.30	47.51	85.39	115.86	105.24
3.367	10.52	35.44	63.67	91.25	79.73
3.400	2.02	11.08	29.30	43.84	25.63
3.433	1.97	11.13	24.25	41.11	25.19
3.467	-26.83	-37.49	-49.31	-62.79	-96.78
3.500	-35.57	-59.10	-79.75	-99.22	-144.22
3.533	-35.53	-59.33	-79.75	-101.97	-143.39
3.567	-22.84	-51.81	-84.33	-113.04	-155.00
3.600	-1.21	-16.57	-34.48	-52.12	-93.42



3.633	29.77	39.74	50.19	56.28	24.30
3.667	29.80	40.59	49.60	57.61	26.51
3.700	34.09	58.42	84.14	100.05	77.90
3.733	20.28	53.22	92.15	119.84	105.85
3.767	14.22	39.14	71.15	101.11	96.15
3.800	14.32	39.30	71.17	100.63	91.02
3.833	-5.60	-7.06	-9.58	1.54	-20.80
3.867	-37.43	-60.25	-78.57	-96.18	-134.36
3.900	-37.12	-59.98	-78.30	-101.07	-139.17
3.933	-26.02	-56.03	-88.92	-117.31	-155.09
3.967	-13.28	-38.54	-69.80	-101.32	-156.04
4.000	-3.64	-21.65	-42.60	-61.10	-109.07
4.033	-3.37	-21.19	-43.72	-65.11	-110.64
4.067	25.19	34.65	45.59	46.18	15.47
4.100	35.31	58.13	79.82	96.16	71.26
4.133	34.76	57.76	77.59	96.66	75.33
4.167	14.02	41.95	75.36	108.08	99.87
4.200	5.69	21.69	43.79	64.88	49.87
4.233	-21.98	-31.95	-43.91	-48.98	-76.50
4.267	-21.37	-31.47	-45.25	-51.37	-79.76
4.300	-37.62	-55.56	-77.71	-94.38	-133.91
4.333	-26.93	-57.72	-95.35	-115.75	-154.80
4.367	-27.04	-57.62	-96.74	-119.79	-158.58
4.400	-5.14	-23.06	-50.29	-68.32	-112.52
4.433	6.89	2.61	-2.88	-17.70	-52.99
4.467	36.01	56.68	79.82	94.22	67.83
4.500	35.36	54.74	79.20	90.40	72.38
4.533	23.09	56.42	94.01	118.31	103.44
4.567	15.04	44.11	79.34	108.35	103.26
4.600	14.95	44.08	79.26	110.05	103.80
4.633	-2.93	0.03	7.61	18.28	-1.25
4.667	-18.24	-27.09	-38.88	-38.91	-68.22
4.700	-30.08	-61.42	-90.78	-108.49	-152.61
4.733	-30.11	-61.59	-89.52	-110.91	-151.40
4.767	-17.78	-43.44	-78.82	-107.14	-160.16
4.800	-7.39	-26.37	-54.11	-75.45	-129.76
4.833	-7.59	-26.46	-51.34	-76.45	-125.19
4.867	21.36	26.34	30.33	31.18	-4.96
4.900	34.21	52.21	70.53	79.72	53.83
4.933	24.15	57.27	95.18	116.10	97.08



4.967	24.13	57.17	94.54	115.49	96.98
5.000	9.76	31.21	60.34	82.34	69.51
5.033	-0.52	5.46	18.51	28.76	3.75
5.067	-0.49	5.40	13.83	26.33	1.87
5.100	-34.05	-47.66	-64.70	-80.59	-118.64
5.133	-33.28	-61.27	-89.62	-109.09	-154.27
5.167	2.38	-46.95	-88.82	-113.69	-162.92
5.200	-19.57	-47.72	-86.05	-112.00	-161.71
5.233	2.38	-8.00	-22.85	-37.79	-79.55
5.267	17.68	20.40	20.19	17.73	-14.65
5.300	17.77	20.47	22.99	20.52	-13.77
5.333	28.33	58.12	87.28	111.90	88.27
5.367	16.70	47.68	89.79	120.61	112.35
5.400	11.87	35.85	62.64	88.15	81.30
5.433	12.00	35.83	59.82	90.48	78.09
5.467	-10.63	-16.68	-21.09	-17.32	-41.94
5.500	-29.84	-42.03	-62.21	-69.26	-107.82
5.533	-29.82	-42.14	-61.31	-69.78	-105.82
5.567	-22.32	-50.86	-90.25	-114.83	-163.23
5.600	-12.40	-33.15	-63.10	-93.22	-141.54
5.633	14.02	12.59	7.29	4.43	-32.25
5.667	14.21	11.74	7.73	6.33	-28.49
5.700	31.12	43.43	57.98	63.05	30.92
5.733	31.60	56.84	87.35	102.30	84.23
5.767	31.00	56.73	83.50	105.38	85.57
5.800	18.45	50.95	90.03	120.99	108.50
5.833	4.79	15.29	35.14	50.92	32.88
5.867	-26.07	-37.47	-49.82	-61.90	-94.39
5.900	-26.04	-38.53	-50.43	-59.76	-97.28
5.933	-37.19	-59.72	-82.91	-100.99	-143.63
5.967	-24.64	-55.79	-93.84	-118.08	-159.35
6.000	-24.96	-55.35	-94.07	-115.54	-159.66
6.033	-3.89	-20.62	-41.34	-57.64	-102.63
6.067	9.58	6.22	3.90	-4.62	-38.95
6.100	25.96	36.13	47.38	50.50	17.51
6.133	25.51	36.34	50.67	50.10	22.32
6.167	34.80	57.28	79.65	98.12	72.70
6.200	14.52	41.43	76.08	108.14	98.60
6.233	13.67	40.61	77.94	104.93	99.56
6.267	-4.52	-3.15	-0.81	8.92	-13.75



6.300	-20.68	-30.44	-40.20	-48.09	-78.74
6.333	-38.96	-55.17	-75.80	-91.11	-129.60
6.367	-38.75	-55.08	-78.36	-90.99	-137.85
6.400	-17.45	-42.21	-74.55	-108.45	-155.71
6.433	-7.52	-25.55	-50.09	-67.80	-117.05
6.467	-7.49	-25.09	-49.18	-72.29	-121.03
6.500	5.25	-1.11	-5.92	-21.35	-60.83
6.533	33.92	49.87	73.44	85.37	55.40
6.567	23.70	55.33	91.11	113.48	101.07
6.600	23.76	55.99	94.01	115.97	98.91
6.633	14.20	45.20	79.67	114.21	106.94
6.667	-3.70	1.40	10.44	27.16	3.60
6.700	-3.78	0.08	9.58	22.49	-0.13
6.733	-18.90	-24.87	-31.88	-36.93	-61.06
6.767	-32.59	-64.14	-98.24	-111.69	-153.46
6.800	-20.39	-48.35	-86.52	-116.78	-165.47
6.833	-20.58	-46.14	-77.43	-114.52	-162.78
6.867	0.53	-6.53	-18.65	-33.98	-72.02
6.900	16.60	21.15	26.10	24.54	-9.62
6.933	16.80	21.25	27.96	22.74	-8.11
6.967	32.60	47.24	64.68	75.36	51.77
7.000	26.98	59.26	91.41	115.15	98.08
7.033	10.64	33.02	61.92	87.59	77.47
7.067	10.51	32.88	58.49	86.46	80.55
7.100	0.19	7.79	18.68	37.14	15.49
7.133	-31.58	-46.36	-62.68	-75.79	-107.47
7.167	-31.40	-45.34	-65.85	-75.73	-109.27
7.200	-22.71	-51.47	-91.25	-116.35	-163.80
7.233	-12.65	-33.27	-63.63	-90.44	-143.96
7.267	-12.53	-33.13	-61.29	-89.09	-143.88
7.300	-2.01	-16.79	-32.25	-44.83	-88.52
7.333	13.14	11.69	12.11	7.86	-25.51
7.367	33.58	60.50	85.76	105.32	83.04
7.400	32.75	58.04	90.06	104.42	80.92
7.433	19.36	52.24	86.74	119.02	106.03
7.467	12.98	38.46	65.52	97.12	87.61
7.500	-7.91	-9.75	-11.65	-4.89	-29.43
7.533	-7.99	-9.95	-11.37	-4.04	-32.70
7.567	-37.19	-60.15	-79.84	-94.27	-140.15
7.600	-25.36	-56.04	-92.83	-116.44	-154.25



7.633	-25.54	-55.72	-96.65	-114.01	-155.73
7.667	-14.23	-37.21	-67.13	-96.67	-153.24
7.700	8.60	4.31	-1.00	-8.48	-42.18
7.733	8.63	3.42	-3.00	-3.30	-42.82
7.767	24.67	35.14	40.65	49.16	15.20
7.800	21.01	54.76	89.15	118.60	102.94
7.833	13.73	41.58	80.50	107.99	98.42
7.867	13.67	41.63	79.70	107.92	96.03
7.900	-4.03	-2.50	-3.08	13.30	-13.66
7.933	-19.06	-29.11	-42.77	-43.65	-74.03
7.967	-18.89	-29.03	-42.21	-43.16	-71.49
8.000	-37.55	-55.72	-76.33	-87.40	-127.04
8.033	-19.06	-44.71	-81.83	-108.62	-158.91
8.067	-9.47	-28.62	-53.46	-74.72	-125.36
8.100	-9.62	-28.61	-50.28	-72.92	-125.41
8.133	2.25	-5.59	-14.66	-23.44	-67.47
8.167	32.61	48.81	65.30	76.13	49.20
8.200	25.89	55.56	89.74	110.39	90.05
8.233	25.82	55.75	91.48	108.75	95.35
8.267	9.00	31.40	58.46	81.43	69.82
8.300	-0.86	6.70	20.00	32.95	13.03
8.333	-0.78	6.65	15.42	34.29	12.61
8.367	-13.59	-20.38	-27.31	-24.04	-49.68
8.400	-33.04	-45.70	-64.68	-71.68	-108.87
8.433	-33.08	-45.76	-66.60	-76.28	-112.66
8.467	-22.09	-51.76	-88.97	-114.87	-161.91
8.500	-12.22	-34.15	-63.21	-88.60	-142.05
8.533	13.26	12.76	13.49	9.39	-23.98
8.567	13.36	10.46	17.71	8.86	-20.46
8.600	29.42	40.94	59.40	57.90	29.76
8.633	31.27	57.41	85.65	101.44	87.12
8.667	12.30	36.38	72.21	96.49	89.13
8.700	11.68	35.30	63.57	94.41	87.54
8.733	-9.05	-13.70	-14.36	-6.00	-31.54
8.767	-25.90	-37.78	-53.74	-61.55	-95.51
8.800	-25.20	-36.97	-51.40	-60.70	-95.54
8.833	-38.61	-61.42	-77.83	-98.69	-140.59
8.867	-15.67	-39.46	-67.64	-103.73	-153.18
8.900	-5.67	-23.45	-41.12	-62.37	-101.61
8.933	-5.56	-23.24	-38.76	-60.12	-106.57

8.967	7.49	3.76	-0.69	-10.96	-44.41
9.000	34.91	56.13	80.25	90.09	69.57
9.033	34.46	54.30	80.26	90.49	75.19
9.067	21.22	52.30	98.30	116.49	100.40
9.100	6.04	21.62	52.67	67.66	55.50
9.133	-6.28	-3.84	4.74	12.55	-10.64
9.167	-6.28	-3.82	2.89	9.84	-12.89
9.200	-38.08	-54.85	-68.61	-87.81	-131.09
9.233	-30.01	-61.60	-87.00	-112.46	-157.68
9.267	-30.30	-61.82	-97.52	-111.27	-149.52
9.300	-18.59	-44.45	-78.43	-107.59	-163.34
9.333	1.97	-4.56	-14.39	-25.10	-60.30
9.367	17.61	23.76	29.03	28.68	-2.98
9.400	17.44	23.59	28.76	29.22	3.69
9.433	32.79	48.69	68.05	82.08	55.04
9.467	26.29	58.19	93.80	113.81	98.08
9.500	26.04	57.87	91.03	114.42	93.41
9.533	9.54	30.58	56.25	80.52	68.06
9.567	-1.37	6.33	17.90	29.46	9.62
9.600	-34.79	-47.79	-66.85	-74.34	-111.42
9.633	-35.69	-49.47	-64.94	-78.90	-109.70
9.667	-35.08	-62.35	-90.55	-108.37	-151.09
9.700	-21.98	-51.31	-85.16	-114.50	-159.49
9.733	-21.81	-51.38	-82.00	-117.18	-163.26
9.767	0.50	-11.99	-25.60	-43.71	-84.17
9.800	14.08	15.40	20.81	13.37	-22.83
9.833	28.50	57.68	88.92	107.91	89.14
9.867	28.52	57.84	87.94	107.41	88.97
9.900	15.95	47.02	91.77	119.70	106.75
9.933	2.29	12.50	31.76	45.69	24.39
9.967	2.43	10.17	32.31	43.49	27.78
10.000	-9.98	-14.31	-14.98	-11.44	-34.04